



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DO OESTE DO PARANÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS
COLEGIADO DE MATEMÁTICA**

**RELATÓRIO DAS ATIVIDADES DE METODOLOGIA E
PRÁTICA DE ENSINO DE MATEMÁTICA -
ESTÁGIO SUPERVISIONADO II**

**Eduardo Ghisi
Fabiana Fatima Delabona
Milena Cristina Heydt**

**Cascavel- PR
2022**

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO OESTE DO PARANÁ
Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas – CCET
Colegiado do Curso de Matemática
Campus Cascavel

RELATÓRIO DAS ATIVIDADES DE METODOLOGIA E
PRÁTICA DE ENSINO DE MATEMÁTICA
ESTÁGIO SUPERVISIONADO II

Licenciatura em Matemática

Pamela Gonçalves

Cascavel - PR
2022

RELATÓRIO DE ESTÁGIO

Relatório apresentado pelos acadêmicos Eduardo Ghisi, Fabiana Fatima Delabona e Milena Heydt, como parte integrante da disciplina de Metodologia e Prática de Ensino da Matemática – Estágio Supervisionado II.

Pamela Gonçalves

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Resolução do problema "Bombons a granel" pelo aluno 1 do 1ºA.	17
Figura 2: Resolução do problema "Confeitaria de bolo" pelo aluno 2 do 1ºB.	18
Figura 3: Registro dos resultados encontrados pelo aluno 3 do 1ºA em forma de tabela.	18
Figura 4: Registro dos resultados encontrados pelo aluno 4 do 1ºA em forma de matriz.	18
Figura 5: Registro dos resultados encontrados pelo aluno 5 do 1ºB em forma de matriz.	19
Figura 6: Registro dos resultados encontrados pelo aluno 6 do 1ºB em um esquema...	19
Figura 7: Colégio Estadual Marechal Humberto de Alencar Castelo Branco.	24
Figura 8: Sala de aula.	25
Figura 9: Biblioteca.	25
Figura 10: Sala dos professores.	26
Figura 11: Mecanografia.	26
Figura 12: Laboratório de ciências.	27
Figura 13: Quadra poliesportiva e parquinho.	27
Figura 14: Sala de recurso multifuncional e materiais disponíveis nessa sala.	28
Figura 15: Refeitório.	28
Figura 16: Cozinha.	29
Figura 17: Arborização da escola.	29
Figura 18: Tabelas utilizadas durante a aula.	40
Figura 19: Primeira atividade entregue pela professora.	48
Figura 20: Segunda atividade entregue pela professora.	49
Figura 21: Primeira atividade entregue pela professora na turma 1º A.	52
Figura 22: Segunda atividade entregue pelos estagiários na turma 1º A.	52
Figura 23: Jogo de dominó de matrizes.	56
Figura 24: Peças com características das matrizes iguais nos dois lados.	57
Figura 25: Exemplos de como encaixar as peças do dominó.	57
Figura 26: Jogo de dominó de matrizes.	67
Figura 27: Peças com características das matrizes iguais nos dois lados.	68
Figura 28: Exemplos de como encaixar as peças do dominó.	68
Figura 29: Esquema de Falks.	91
Figura 30: Esquema de multiplicação de matrizes.	91
Figura 31: Esquema de Falks.	96
Figura 32: Esquema de multiplicação de matrizes.	96
Figura 33: Folha entregue aos alunos ilustrando o método de multiplicação de matrizes.	99
Figura 34: Desafio da mesa.	122
Figura 35: Quadrado mágico.	122
Figura 36: Quebra-cabeça de Pitágoras.	125
Figura 37: Jogo o resto que avança,	125
Figura 38: Tangram.	126
Figura 39: Exemplos das figuras gato e casa montados com o tangram.	126

LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Cronograma das observações antes e após alterações dos horários das aulas de matemática.	31
Quadro 2: Número de faltas dos alunos A, B e C no mês de março.....	50
Quadro 3: Número de faltas dos alunos A, B e C no mês de abril.	50
Quadro 4: Falta dos alunos A, B e C no mês de março.	54
Quadro 5: Falta dos alunos A, B e C no mês de abril.....	54
Quadro 6: Cronograma das aulas de regência.	55
Quadro 7: Livros doados para a escola Cecília Meireles.	58
Quadro 8: Livros doados para a escola Raquel de Queiroz.....	58
Quadro 9: Preço (R\$), quantidade (mg) de sódio e cálcio contidos em 1 l de leite de cada uma das marcas.	61
Quadro 10: Preço inicial dos modelos e versões dos celulares.	69
Quadro 11: Preço promocional de cada celular.	69
Quadro 12: Valor correspondente a 5% do preço inicial dos celulares.	70
Quadro 13: Livros doados para a escola Cecília Meireles.	72
Quadro 14: Livros doados para a escola Raquel de Queiroz.....	72
Quadro 15: Horários e turmas do dia da matemática.	127

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO.....	10
2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	12
3. CARACTERIZAÇÃO DA ESCOLA.....	22
4. OBSERVAÇÕES E PARTICIPAÇÕES.....	30
Relatório de observação - Turma 1ºB dia 24/03	31
Relatório de observação - Turma 1ºA dia 24/03	33
Relatório de observação - Turma 1ºA dia 25/03	35
Relatório de observação - Turma 1ºA dia 25/03	38
Relatório de observação - Turma 1ºB dia 31/03	39
Relatório de observação - Turma 1ºA dia 31/03	42
Relatório de observação - Turma 1ºA dia 01/04	47
Relatório de observação - Turma 1ºB dia 07/04	47
Relatório de observação - Turma 1ºA dia 07/04	51
5. REGÊNCIA.....	55
Plano de aula 1- 1ºA 28/04/2022	56
Relatório 1- 1ºA- 28/04/2022	65
Plano de aula 1- 1ºB 28/04/2022	67
Relatório 1- 1º B 28/04/2022	77
Plano 2 - 1ºA 06/05/2022	78
Relatório 2- 1ºA 06/05/2022	81
Plano 2 – 1ºB 06/05/2022	83
Relatório 2 - 1º B 06/05/2022	86
Plano de aula 3 – 1ºA 12/05/2022	88
Relatório 3- 1º A 12/05/2022	92
Plano de aula 3- 1ºB 12/05/2022	93
Relatório 3 - 1ºB 12/05/2022	97
Relatório 4- 1ºB 13/05/2022	98
Relatório 4- 1ºA 13/05/2022	99
Plano de aula 5- 1ºA 19/05/2022	100
Relatório 5- 1ºA 19/05/2022	103
Plano de aula 5- 1B 19/05/2022	104
Relatório 5- 1ºB 19/05/2022	106
Plano de aula 6 – 1B 20/05/2022	108
Relatório 6- 1ºB 20/05/2022	113

Plano de aula 6- 1ºA 20/05/2022	113
Relatório 6- 1ºA 20/05/2022	118
6. PROJETO DIA DA MATEMÁTICA	118
Relatório – Dia da matemática 26/05/2022	127
7. CONSIDERAÇÕES FINAIS	133
8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	134

1. INTRODUÇÃO

Neste trabalho serão apresentadas as atividades e ações desenvolvidas no estágio supervisionado no Ensino Médio do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual do Oeste do Paraná/Campus Cascavel-PR. Inicialmente trazemos a fundamentação teórica, na qual discutimos sobre a metodologia utilizada em nossas aulas de regência, os planos de aula com o planejamento de cada aula executada seguido de seu respectivo relatório onde relatamos a experiência de nossa prática e o projeto do dia da matemática realizado em homenagem ao dia Nacional da Matemática.

Segundo Carvalho (2013) o estágio supervisionado obrigatório é um período formador, capaz de transformar durante a execução, a visão dos futuros professores. Além disso, o estágio dá a oportunidade de uma perspectiva mais crítica e reflexiva a respeito da sua prática docente, que consolidada na teoria, poderá interferir futuramente nos saberes dos seus próprios alunos.

O estágio supervisionado no Ensino Médio faz parte da disciplina de Metodologia e Prática de Ensino de Matemática: Estágio Supervisionado II. Este possui carga horária total de 272 horas, distribuídas em 68 horas de aulas teóricas, 120 horas de desenvolvimento de projetos no Ensino Médio (pesquisa, ensino e extensão), 34 horas para socialização das atividades realizadas (planos de aula e projetos) e 50 horas destinadas para as atividades na escola, sendo 16 horas de caracterização do ambiente escolar, 16 horas de ambientação, observações e auxílios e 18 horas de execução da regência.

A prática do estágio supervisionado, foi realizada no Colégio Estadual Marechal Humberto De Alencar Castelo Branco – EFM, com duas turmas de 1º ano, 1ºA e 1ºB do turno da manhã, do Novo Ensino Médio e este foi o primeiro ano de implementação desta modalidade de ensino na escola. Ocorreu no período de 24 de março até 26 de maio de 2022. Fomos acompanhados nos encontros pela professora orientadora.

As turmas desta nova modalidade, tinham uma diferença no horário devido ao fato de terem uma aula a mais todos os dias para cumprir a carga horária do Novo Ensino Médio. Isto pois, essa modalidade passou a oferecer os Itinerários Formativos (IF) e o componente curricular Projeto de Vida. Então a carga horaria aumentou de 800 horas anuais para 1000 horas anuais. Nos três anos de ensino médio passam a ter 3000 horas, sendo 1800 para a Formação Geral Básica e 1200 para os IF.

Como previsto, durante o estágio ocorreram atividades de observações e

ambientações na rotina escolar, participação e colaboração em atividades de prática diária e regência. Além disso, também realizamos uma atividade com materiais manipulativos, intitulado Projeto Dia Nacional da Matemática, em alusão à data de 06 de maio, nesta mesma escola, envolvendo as mesmas turmas de 1º ano e algumas turmas do Ensino Fundamental II.

Seguindo o horário de funcionamento da escola, no turno da manhã, as aulas iniciavam 07h10min e terminavam às 11h35min. Exceto para as turmas que estávamos acompanhando, pois como comentamos acima, eram dois 1º anos do Novo Ensino Médio, e tinham a sexta aula. Assim, as aulas acabavam 12h25min, e uma curiosidade era o fato de o sinal do término da aula sempre tocar 5 minutos mais cedo para que os alunos não perdessem o transporte coletivo naquele horário.

Inicialmente trazemos a fundamentação teórica em forma de artigo científico, no qual discutimos sobre a abordagem da Resolução de Problemas como metodologia de ensino utilizada em nossas aulas de regência. Em seguida, realizamos a caracterização da escola, apresentando as informações gerais, histórico, finalidades e princípios, equipe pedagógica, recursos físicos e materiais e por fim os recursos humanos da escola.

Depois disso, trazemos os relatórios a respeito dos nossos momentos de observação das aulas de duas turmas do novo ensino médio, o 1º Ano A e 1º Ano B. Então exibimos os planos de aula com o planejamento de cada aula executada seguido de seu respectivo relatório onde relatamos a experiência de nossa prática nas duas turmas que realizamos a regência. Para finalizar, mostramos o projeto do dia da matemática realizado em homenagem ao dia Nacional da Matemática, juntamente com o relatório contendo todos as nossas experiências enquanto docentes durante a aplicação das atividades.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A METODOLOGIA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO ESTÁGIO SUPERVISIONADO

A Resolução de Problemas é uma metodologia de ensino muito importante no processo de ensino aprendizagem, pois contribui para que os discentes desenvolvam habilidades que servirão para resolverem problemas ao longo de suas vidas. A vista disso, escolhemos a Resolução de Problemas como metodologia de ensino para nossas aulas de regência, parte prática da disciplina de Metodologia e Prática: Estágio Supervisionado II do curso de licenciatura em matemática da Universidade Estadual do Oeste do Paraná (Unioeste), campus de Cascavel. Realizamos a regência em duas turmas de 1º do Novo Ensino Médio em uma escola pública estadual do município de Cascavel. A Resolução de Problemas proporciona a participação do aluno na construção do conhecimento, desenvolve o raciocínio lógico, permite o estudante usar sua criatividade, elaborar estratégias, e, ao encontrar a solução do problema, desfrutar a satisfação da descoberta. Salientasse que, trabalhar com a Resolução de Problemas não pode ser confundido com aplicação e resolução de listas de exercícios, logo, utilizamos os problemas como ponto de partida do conhecimento matemático. Um exemplo da aplicação dessa metodologia nas nossas aulas foi para introduzir produto de matrizes, em que para cada turma selecionamos um problema referente ao conteúdo e deixamos que resolvessem individualmente. Nosso objetivo era que os alunos chegassem intuitivamente no processo de multiplicação de matrizes. Ao fim da atividade, concluímos que nosso objetivo foi conquistado, os discentes acabaram por aplicar a ideia de multiplicação de matrizes sem antes estudar a teoria matemática por trás.

Introdução

É comum em nosso cotidiano nos depararmos com problemas de diferentes tipos a serem resolvidos. Com a matemática não é diferente, segundo Onuchic (1999), problemas matemáticos têm ocupado lugar central no currículo escolar desde a antiguidade. São encontrados registros de problemas matemáticos na história egípcia, chinesa e grega, e ainda, são encontrados em livros-texto de matemática dos séculos XIX e XX.

A importância dos problemas matemáticos no ensino é percebida nos documentos educacionais brasileiros que dentre suas orientações, sugerem trabalhar com problemas matemáticos em sala de aula. Como podemos perceber na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2018), que destaca que no Ensino Médio os estudantes devem desenvolver habilidades que servirão para resolverem problemas ao longo de suas vidas. Podemos pensar nisso na formação do aluno como cidadão, que no futuro, ao sair

da escola, vai se deparar com situações que precisarão encontrar uma solução por conta própria.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCNEM), consideram necessária a compreensão de conceitos e procedimentos matemáticos tanto para o cidadão ter suas conclusões e fazer argumentações, quanto para agir como consumidor prudente ou tomar decisões em suas atividades em sociedade. Para isso, neste mesmo documento encontramos alguns objetivos que o ensino da matemática possui no Ensino Médio. Dentre eles, dois objetivos envolvem resolver problemas, estes são: “desenvolver as capacidades de raciocínio e resolução de problemas, de comunicação, bem como o espírito crítico e criativo; utilizar com confiança os procedimentos de resolução de problemas para desenvolver a compreensão dos conceitos matemáticos” (BRASIL, 2000, p. 42).

Diante disto, escolhemos a Resolução de Problemas como metodologia de ensino em nossas aulas de regência pois creditamos que esta metodologia proporciona a participação do aluno na construção do conhecimento, desenvolve o raciocínio lógico, permite o aluno usar sua criatividade, elaborar estratégias, e, ao encontrar a solução do problema, desfrutar a satisfação da descoberta.

Resolução de Problemas

Trabalhar com a Resolução de Problemas não pode ser confundido com aplicação e resolução de listas de exercícios. Além do mais, devemos observar que exercício e problema são coisas diferentes, “um problema se diferencia de um exercício na medida em que, neste último caso, dispomos e utilizamos mecanismos que nos levam, de forma imediata, à solução” (ECHEVERRÍA; POZO, 1998, p.16). O que podemos entender é que em um exercício o procedimento a ser adotado é percebido de imediato, já em um problema isso não ocorre dessa forma. As Orientações Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais PCN +), também diferencia a metodologia da simples aplicação de exercícios. Este documento diz que,

A resolução de problemas é peça central para o ensino de matemática, pois o pensar e o fazer se mobilizam e se desenvolvem quando o indivíduo está engajado ativamente no enfrentamento de desafios. Esta competência não se desenvolve quando propomos apenas exercícios de aplicação de conceitos e técnicas matemáticas, pois, neste caso, o que está em ação é uma simples transposição analógica: o aluno busca na memória um exercício semelhante e desenvolve passos análogos aos daquela situação, o que não garante que seja

capaz de usar seus conhecimentos em situações diferentes ou mais complexas. (BRASIL, 2002, p.112).

Ainda neste sentido, “resolver um problema é encontrar um caminho onde nenhum outro é conhecido de antemão, encontrar um caminho a partir de uma dificuldade, encontrar um caminho que cor torne um obstáculo, para alcançar um fim desejado” (POLYA, 1997, p.1-2). Polya (1997) também se preocupa com a forma que um professor trabalha com a Resolução de Problemas. Além dos quatro passos que descreve para resolver um problema, Polya faz algumas sugestões

[...] primeiro, ele deveria estabelecer a classe certa de problemas para os alunos: não muito difíceis, nem muito fáceis demais, naturais e interessantes, que desafiem sua curiosidade, adequados a seu conhecimento. Ele deveria também se permitir algum tempo para apresentar os problemas apropriadamente, de modo que apareça sob ângulo correto. Depois, o professor deveria ajudar seus alunos convenientemente. Não muito pouco, senão não há progresso. Não demais, senão o aluno não terá o que fazer. Não ostensivamente, senão os alunos adquirem aversão ao problema, em cuja solução o professor ficou com maior parte. Entretanto, se o professor auxilia seus alunos apenas o suficiente e discretamente, deixando-lhes alguma independência ou pelo menos alguma ilusão de independência, eles podem se inflamar e desfrutar a satisfação da descoberta (POLYA, 1997, p.3).

Além de trabalharmos com a Resolução de Problemas, vamos utilizar os problemas como ponto de partida do conhecimento matemático. De acordo com Schororder e Lester (1989), há três maneiras diferentes de abordar a Resolução de Problemas: ensinar *sobre* a Resolução de Problemas, ensinar *para* a Resolução de Problemas e ensinar *através* da Resolução de Problemas.

Segundo Schrorder e Lester (1989), ao ensinar sobre a Resolução de Problemas, os alunos são ensinados sobre as fases de resolver um problema, isto é, o professor que tem essa abordagem se baseia no modelo de resolver problemas de Polya (1995), o qual descreve quatro passos para resolver um problema. O primeiro é fazer a compreensão do problema, ou seja, interpretá-lo, entender claramente o que se deseja solucionar. O segundo passo é o estabelecimento de um plano, isto é, elaborar uma estratégia, encontrar alguma relação entre os dados dos problemas e a incógnita, pensar em esquemas e cálculos. O terceiro passo é executar o plano estabelecido, por ele em prática, realizar os cálculos ou desenhos que cheguem em uma conclusão para o problema. Por fim, o quarto passo é fazer o retrospecto da solução, isto é, retomar o problema e analisar o processo de resolução, neste momento podem ser encontrados equívocos na execução do plano, ou até mesmo perceber que o plano estabelecido não faz sentido para aquela situação.

Ao ensinar para a Resolução de Problemas o foco do ensino está na aplicação do

conhecimento matemático, ou seja, o professor se concentra em como a matemática ensinada pode ser utilizada para resolver problemas. Nessa abordagem, o propósito principal de aprender matemática é ser capaz de usá-la.

Já ao se ensinar através da Resolução de Problemas, o problema não é considerado apenas como um propósito para se aprender matemática, é valorizado como um meio de se fazer isso. O ensino do conteúdo matemático começa com um problema e as técnicas matemáticas são desenvolvidas como resposta para ele. Acreditamos que esta seja a melhor maneira de abordar a metodologia, pois dessa forma o aluno participa da construção do conhecimento.

A utilização da Resolução de Problemas em nossas aulas de regência

Um exemplo da utilização da metodologia em nossas aulas foi para introduzir o produto de matrizes. Para cada turma selecionamos um problema referente ao conteúdo e deixamos que resolvessem individualmente.

O problema “Bombons a granel” escolhido para a turma do 1º A, foi adaptado de um vídeo disponível em: <https://m3.ime.unicamp.br/recursos/1055>.

Problema “Bombons a granel”: Dona Ioná vende caixas de bombons. Os tipos de bombons são: ao leite, meio amargo e diet. Com esses três tipos ela monta quatro caixas diferentes. A matriz A abaixo possui para cada tipo de bombom uma coluna e para cada caixa uma linha

$$\begin{array}{l}
 \text{Caixa 1} \\
 \text{Caixa 2} \\
 \text{Caixa 3} \\
 \text{Caixa 4}
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 \left[\begin{array}{ccc}
 20 & 15 & 5 \\
 15 & 20 & 5 \\
 5 & 5 & 30 \\
 24 & 24 & 2
 \end{array} \right] = A
 \end{array}$$

Cada tipo de bombom tem um preço e quantidade de calorias diferentes. A matriz B a seguir possui uma coluna para o preço de cada bombom e uma coluna para a quantidade de calorias e uma linha para cada tipo de bombom.

$$\begin{array}{l}
 \text{Ao leite} \\
 \text{Meio amargo} \\
 \text{Diet}
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \text{Preço} \\
 \text{Kcal}
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \left[\begin{array}{cc}
 1,00 & 85 \\
 1,50 & 80 \\
 2,00 & 70
 \end{array} \right] = B
 \end{array}$$

Qual o preço e quantidade de calorias em cada caixa?

Para o 1ºB, o problema escolhido foi retirado de um material teórico do Portal da OBMEP sobre operações com matrizes. O material com o problema está disponível em: https://cdnportaldaoobmep.impa.br/portaldaoobmep/uploads/material_teorico/dixrghlgk5c0s.pdf

Problema “Confeitaria de bolos”: Uma confeitaria produz três tipos de bolos vendidos em duas lojas. A matriz A abaixo possui uma linha para cada loja, uma coluna para cada tipo de bolo e indica quantos bolos de cada tipo foram vendidos por cada loja em uma dada semana.

$$\begin{array}{l}
 \text{Loja A} \\
 \text{Loja B}
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \text{Bolo 1} \\
 \text{Bolo 2} \\
 \text{Bolo 3}
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \left[\begin{array}{ccc}
 5 & 4 & 3 \\
 3 & 2 & 4
 \end{array} \right] = A
 \end{array}$$

Temos também uma matriz B, onde cada linha corresponde a um dos bolos, cada coluna corresponde a um ingrediente do bolo e as entradas indicam as quantidades de cada ingrediente necessário para fabricar cada bolo.

$$\begin{array}{l}
 \text{Bolo 1} \\
 \text{Bolo 2} \\
 \text{Bolo 3}
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \text{Farinha} \\
 \text{Açúcar} \\
 \text{Leite} \\
 \text{Manteiga} \\
 \text{Ovos}
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \text{(g)} \\
 \text{(g)} \\
 \text{(ml)} \\
 \text{(g)} \\
 \text{(g)}
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \left[\begin{array}{ccccc}
 500 & 200 & 500 & 150 & 4 \\
 400 & 100 & 300 & 250 & 5 \\
 300 & 150 & 600 & 0 & 6
 \end{array} \right] = B
 \end{array}$$

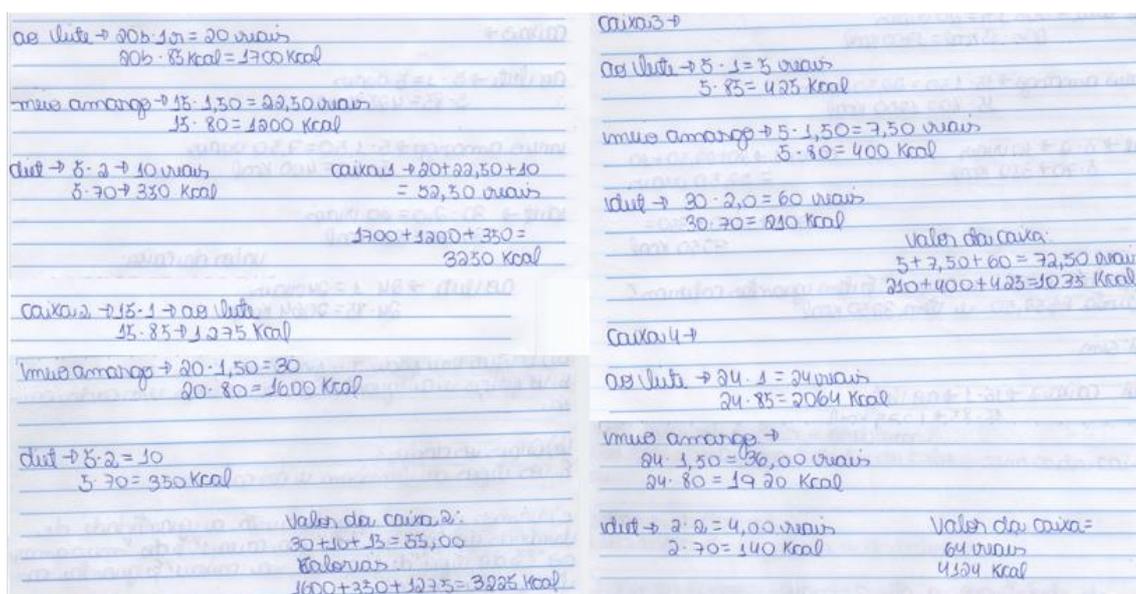
Qual a quantidade de ingredientes que cada loja precisou para produzir os bolos desta semana?

Aplicamos os problemas no dia 12 de maio, com duração de 2 horas/aula em cada turma. Inicialmente fizemos a leitura do enunciado para auxiliar os alunos na interpretação da situação, para identificarem os dados e a pergunta do problema. Após isso, deixamos que os alunos resolvessem sozinhos para que elaborassem suas próprias

estratégias de resolução e auxiliávamos quando necessário.

Durante nossos auxílios e análise da resolução dos problemas, percebemos que os alunos tinham diferentes modos de pensar. No 1ºA, a maioria dos alunos multiplicou as quantidades de cada tipo de bombom (ao leite, meio amargo e diet) em cada caixa (caixa 1, caixa 2, caixa 3 e caixa 4) pelo preço e pela quantidade de calorias, o que podemos ver na figura a seguir (Figura 1), que mostra a resolução de um dos alunos da turma do 1º A.

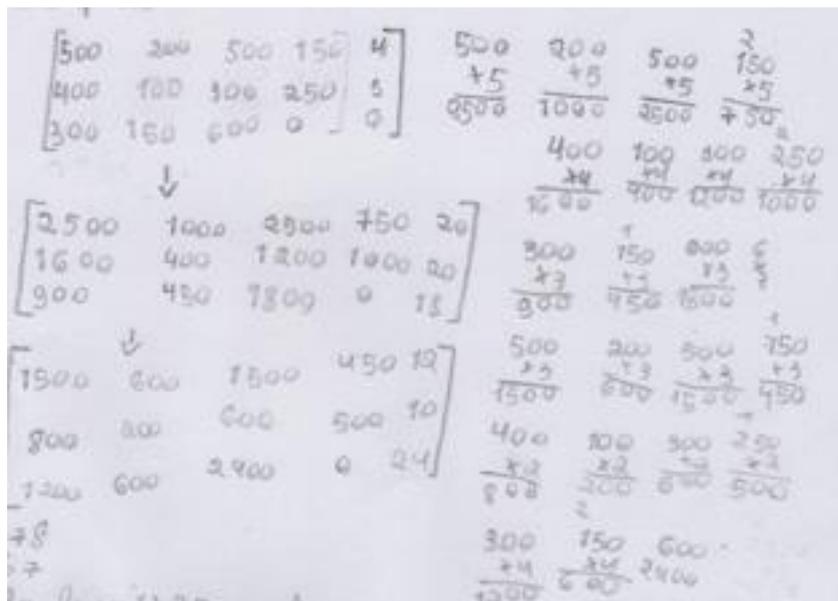
Figura 1: Resolução do problema "Bombons a granel" pelo aluno 1 do 1ºA.



Fonte: Próprios autores.

Na turma do 1ºB, a maioria dos alunos resolveu o problema multiplicando as quantidades de cada ingrediente (farinha, açúcar, leite, manteiga e ovos) necessário para a produção de cada tipo de bolo (Bolo 1, Bolo 2 e Bolo 3) pela quantidade de cada tipo de bolo vendido em cada loja (Loja A e Loja B). O Que pode ser visto na seguinte figura (Figura 2).

Figura 2: Resolução do problema "Confeitaria de bolo" pelo aluno 2 do 1ºB.



Fonte: Próprios autores.

As formas de registros das respostas também ocorreram de formas distintas em ambas as turmas. Alguns alunos apenas deixaram as contas com os valores encontrados, o que vemos na resolução do aluno 1, na Figura 1, outros construíram tabelas (Figura 3) e até mesmo matrizes (Figura 4) e (Figura 5), e também alguns alunos representaram seus resultados em esquemas (Figura 6).

Figura 3: Registro dos resultados encontrados pelo aluno 3 do 1ºA em forma de tabela.

	Preço	Kalorias
C1	52,50	2250
C2	62,00	3225
C3	72,50	2925
C4	64,00	4100

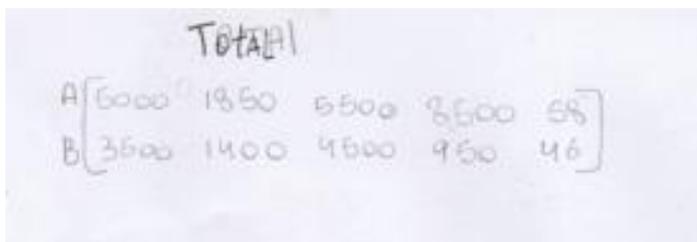
Fonte: Próprios autores.

Figura 4: Registro dos resultados encontrados pelo aluno 4 do 1ºA em forma de matriz.

Preço	KCAL
52,50	2250
45,00	3225
72,50	3725
64,00	4100

Fonte: Próprios autores.

Figura 5: Registro dos resultados encontrados pelo aluno 5 do 1ºB em forma de matriz.

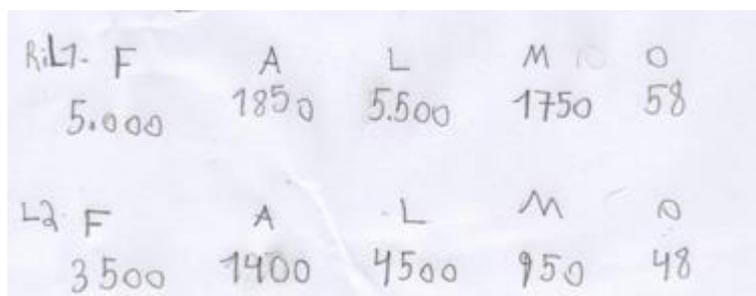


A handwritten matrix solution on a piece of paper. At the top, the word "TOTAL" is written. Below it, two rows are labeled 'A' and 'B'. Row A contains the values 5000, 1850, 5500, 3500, and 58. Row B contains the values 3500, 1400, 4500, 950, and 46. The entire matrix is enclosed in large square brackets.

	A	L	M	O	
A	5000	1850	5500	3500	58
B	3500	1400	4500	950	46

Fonte: Próprios autores.

Figura 6: Registro dos resultados encontrados pelo aluno 6 do 1ºB em um esquema.



A handwritten matrix solution on a piece of paper. It is organized into two rows, labeled 'R1' and 'L2', each with a column labeled 'F'. The columns are labeled 'A', 'L', 'M', and 'O'. Row 1 (R1) has values 5.000, 1850, 5.500, 1750, and 58. Row 2 (L2) has values 3500, 1400, 4500, 950, and 48.

R1	F	A	L	M	O
	5.000	1850	5.500	1750	58
L2	F	A	L	M	O
	3500	1400	4500	950	48

Fonte: Próprios autores.

Notamos que nem todos os resultados encontrados pelos alunos estão corretos, porém, consideramos que, ao trabalharmos com a metodologia o mais importante é que os alunos participem da construção do conhecimento matemático, e, observamos isso com as resoluções dos alunos. Mesmo com alguns equívocos em seus cálculos, intuitivamente utilizaram o produto de matrizes para resolver os problemas.

Considerações finais

É importante destacar que, os alunos estavam acostumados com a metodologia tradicional de ensino, isto é, primeiro a exposição do conceito, depois exemplos resolvidos pelo professor e então listas de exercícios nos quais precisavam apenas seguir os procedimentos já conhecidos.

Com a Resolução de Problemas, os alunos se depararam com algo fora do costume em sala de aula. Não sabiam de imediato qual conceito aplicar para resolver o problema e tiveram que buscar suas próprias ideias e conhecimentos para estabelecer uma estratégia e encontrar uma solução.

Outro fato a ser destacado é a dificuldade com operações matemáticas. Os alunos

tinham uma certa dependência da calculadora para qualquer conta que realizavam, até mesmo cálculos que poderiam resolver mentalmente. Devido a isso, ao fazer as contas sem o uso da calculadora, percebemos diversos erros nos registros das respostas dos problemas.

Mesmo com alguns obstáculos, podemos considerar que, de acordo com nosso objetivo os alunos utilizaram intuitivamente o processo de multiplicação de matrizes. Além disso, a metodologia possibilitou a participação destes alunos na construção do conhecimento matemático.

Referências

BENEVIDES, F. S. Operações com matrizes. Disponível em: https://cdnportaldaobmep.impa.br/portaldaobmep/uploads/material_teorico/dixrghlgk5c0s.pdf. Acesso em: 19 abr. 2022.

BOMBONS a granel. **Matemática multimídia**. Disponível em: 19 abr. 2022. <https://m3.ime.unicamp.br/recursos/1055>. Acesso em:

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio**. Brasília: Ministério da Educação, 2000.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: Ministério da Educação, 2018.

BRASIL. **Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília: Ministério da Educação, 2002.

ECHEVERRÍA, M. del P. P.; POZO, J. I. Aprender a resolver problemas e resolver problemas para aprender. In: POZO, J. I. (org.). **A solução de problemas**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1998. p. 13-43.

ONUCHIC, L. De La R. Ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V. (Org) **Pesquisa em educação matemática: Concepções e perspectivas**. São Paulo: Editora UNESP, 1999. p. 199-218.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático**. Rio de Janeiro: Editora Interciência Ltda, 1995.

POLYA, G. Sobre a resolução de problemas da matemática na High School. In: KRULIK, S; REYS, R. E. **A resolução de problemas na matemática escolar**. São Paulo: Atual, 1997. p. 1-3.

SCHRODER, T. L.; LESTER, F. K., Jr. **Developing Understanding in Mathematics via Problem Solving**. In: TRAFTON, P. R.; SHULTE, A. P. (Eds.). *New directions for*

elementary school mathematics. Reston: NCTM, 1989.p.31-42.

3. CARACTERIZAÇÃO DA ESCOLA

Informações gerais

O estágio foi realizado no Colégio estadual Marechal Humberto de Alencar Castelo Branco situado na Rua Euclides da Cunha, nº 405, bairro Parque São Paulo, em Cascavel, Paraná com a entidade mantenedora sendo a Secretaria de Estado da Educação do Paraná- SEED. O horário de funcionamento do colégio é de segunda a sexta, nos turnos matutino e vespertino. No período da manhã atende das 07h às 12h30 e à tarde das 13h15 às 17h40. O acesso à escola se dá por transporte coletivo ou transporte próprio, uma vez que a maioria dos alunos moram no entorno do colégio.

O colégio oferece turmas de Ensino Fundamental II nos períodos matutinos (com exceção do 6º ano) e vespertinos e Ensino Médio apenas no período matutino. Os turnos são divididos em 6 aulas de cinquenta minutos para os primeiros anos devido à mudança realizada devido ao novo ensino médio (BRASIL, 2017, p. 461), enquanto para as demais turmas (segundos e terceiros anos) são 5 aulas de cinquenta minutos. O intervalo tem duração de 15 minutos com início às 9h40 e término às 9h55.

Com a inserção do novo ensino médio, a escola oferece o curso de técnico em informática integrado ao ensino médio, sendo que o ano de atuação no estágio foi o primeiro ano que a escola ofereceu o curso.

A camiseta do uniforme é um item obrigatório para a identificação dos alunos, enquanto a calça é um item facultativo. Referente a avaliação, o colégio realiza a avaliação trimestral e para realizar o fechamento das notas de cada aluno é realizado com uma sequência de provas e uma recuperação por prova realizada.

Histórico, finalidades e princípios da escola

O colégio foi fundado no ano de 1966, onde atualmente se localiza o bairro Neva na cidade de Cascavel. Em sua fundação, foi nomeado como Casa escolar Eni Caldeira e atendia alunos de 1ª a 4ª série, com apenas duas salas. Posteriormente, em 1976, a escola foi transferida para o prédio da Escola Artur Costa e Silva onde o complexo escolar que compreendia as duas escolas passou a se chamar Complexo Escolar Monteiro Lobato e mantinha o funcionamento no período matutino e vespertino.

No ano de 1980 finalmente obteve instalação própria localizado no atual endereço, ou seja, na Rua Euclides da Cunha, N.º 405, no Parque São Paulo onde atendia as turmas de 5ª a 8ª série. Contudo, o seu reconhecimento só deu no ano de 1982.

O colégio tem os seguintes objetivos que atendem às constituições referentes ao processo de ensino e aprendizagem:

- Formação de pessoas como sujeitos históricos capazes de atuar na sociedade de forma a sistematizar, socializar e continuar a produzir o conhecimento;
- Garantir educação de qualidade que garanta o educando a construir uma identidade coletiva e individual;
- Promover interação entre a teoria e a prática com conhecimento interdisciplinar;
- Desenvolver as potencialidades de todos os alunos, incluindo os que apresentem necessidades educacionais especiais;

Os pressupostos filosóficos da escola consistem em exercer a educação centrada nas relações interpessoais valorizando valores éticos e morais que auxiliam na convivência em sociedade dentro e fora do ambiente escolar. Para que isso seja possível, os conteúdos trabalhados em sala de aula devem possuir relação com o cotidiano dos alunos e propiciar que estabeleçam essa relação por meio de um ensino dinâmico.

Equipe pedagógica

A equipe pedagógica é composta por um diretor e um diretor auxiliar. Atualmente, o cargo de direção está sendo ocupado pela professora Eleia Cristina Ferreira Takashiba eleita democraticamente pela comunidade escolar. O papel em que o diretor exerce é voltado à mediação entre escola e comunidade externa, o qual realiza uma ponte que faz a união da comunidade escolar. Dentre as funções atribuídas ao cargo de diretora segundo o Projeto Político Pedagógico (2011), as principais são:

- Garantir e cumprir as legislações;
- Responsabilizar-se pelo patrimônio público escolar;
- Coordenar e acompanhar a elaboração da construção do Projeto Político Pedagógico;
- Coordenar e incentivar a qualificação continuada dos profissionais da educação;

- Implementar a proposta pedagógica;
- Convocar e presidir as reuniões do Conselho Escolar;
- Prestar contas dos recursos recebidos.

Recursos Físicos e Materiais

O colégio possui acessibilidade, contando com rampas para o acesso à sua área interna, estacionamento para professores, pátio coberto e banheiros masculino e feminino adaptados para pessoas com deficiências físicas.

Figura 7: Colégio Estadual Marechal Humberto de Alencar Castelo Branco.



Fonte: Próprios autores.

O colégio é composto por 16 salas de aula, 2 salas de multimídia, 1 sala destinada às aulas de recurso, laboratório de física e química, biblioteca e refeitório. Os materiais lúdicos e matemáticos são guardados na mecanografia.

Figura 8: Sala de aula.



Fonte: Próprios autores.

A biblioteca segue o mesmo horário de funcionamento da escola e possui cerca de dois mil títulos catalogados. Para a organização, é utilizado o programa Biblioteca Fácil. Esse programa consiste em gerar um código e uma etiqueta para cada livro registrado, logo, ao colar a etiqueta nos livros, torna-se mais rápida a sua busca. O quadro de funcionários responsáveis pela biblioteca é composto por uma bibliotecária.

Figura 9: Biblioteca.



Fonte: <https://dmat-unioeste.mat.br/files/estagios/Alex-Victoria.pdf>

É permitida a consulta de qualquer volume dentro da biblioteca. Os empréstimos domiciliares são permitidos apenas para docentes, discentes e funcionários do colégio. Para realizar esses empréstimos, é necessário apresentar a carteirinha da biblioteca emitida pelo próprio colégio. É permitido o empréstimo de apenas um volume por vez, o qual tem um prazo de oito dias para devolvê-lo.

Além disso, são desenvolvidos projetos de leitura para incentivar os discentes a desenvolver essa prática. A responsável pela biblioteca também auxilia na confecção de materiais de apoio destinados aos alunos com necessidades especiais.

A área pedagógica conta com sala de coordenação, sala dos professores, mecanografia, sala do diretor e secretaria. Todas as salas possuem aparelhos de ar-condicionado e todos esses locais são mobiliados adequadamente, dentro de suas necessidades.

Figura 10: Sala dos professores.



Fonte: <https://dmat-unioeste.mat.br/files/estagios/Alex-Victoria.pdf>

A mecanografia é bem equipada, com xero copiadoras, impressoras em bom estado, aparelhos projetores reservas e netbooks que podem ser utilizados pelos professores durante a aula. Tanto os alunos quanto os funcionários possuem acesso à internet.

Figura 11: Mecanografia.



Fonte: <https://dmat-unioeste.mat.br/files/estagios/Alex-Victoria.pdf>

O laboratório de ciências é utilizado tanto para a matéria de biologia quanto de química.

Figura 12: Laboratório de ciências.



Fonte: <https://dmat-unioeste.mat.br/files/estagios/Alex-Victoria.pdf>

A escola também conta com espaços recreativos que possui quadra poliesportiva e parquinho.

Figura 13: Quadra poliesportiva e parquinho.



Fonte: <https://dmat-unioeste.mat.br/files/estagios/Alex-Victoria.pdf>

Além disso, a escola conta com sala de recurso multifuncional que contém inúmeros materiais voltados ao apoio pedagógico de alunos que possuem necessidades especiais.

Figura 14: Sala de recurso multifuncional e materiais disponíveis nessa sala.



Fonte: <https://dmat-unioeste.mat.br/files/estagios/Alex-Victoria.pdf>

Além disso, a escola conta com cozinha, refeitório e cantina que garantem a alimentação dos alunos.

Figura 15: Refeitório.



Fonte: Próprios autores.

Figura 16: Cozinha.



Fonte: <https://dmat-unioeste.mat.br/files/estagios/Alex-Victoria.pdf>

Como é possível perceber na Figura 17, a escola é bastante arborizada, havendo vários espaços verdes com fins de decoração e até mesmo lazer dos alunos. É visível a preocupação da escola com a organização e bem-estar dos alunos, procurando sempre deixar os ambientes confortáveis e aconchegantes.

Figura 17: Arborização da escola.



Fonte: Próprios autores.

Recursos humanos

O colégio possui 3 funcionárias que trabalham na secretaria e cerca de 10 funcionárias que atuam na área de limpeza e cozinha. A escola se sustenta por meio de vários recursos, entre eles o programa dinheiro direto na escola (PDDE), o fundo rotativo do Governo Estadual, o Programa Escola 1000 e fundos próprios da associação de Pais, Mestres e Funcionários (APMF). O colégio conta com uma cantina, que vende alguns lanches, mas o colégio também conta com a distribuição de lanches para os alunos no intervalo, lanche que vem do programa de merenda escolar.

A escola conta com Associação de Pais Mestres e Funcionários (APMF) e Conselho Escolar que ao longo do ano promovem reuniões e promoções com a comunidade escolar. Em algumas dessas reuniões são discutidos aspectos e melhorias no Projeto Político Pedagógico que está em constante atualização.

Para este relatório, foi tomado como base o Projeto Político Pedagógico dos anos de 2011 e 2012, pois, até o momento, era o único disponível no site da escola antes de ser bloqueado devido ao período eleitoral. Contudo, sabe-se que o PPP foi atualizado recentemente por conta da mudança ocorrida na Base Nacional Comum Curricular que modifica o ensino médio.

4. OBSERVAÇÕES E PARTICIPAÇÕES

As observações, participações e regência foram realizadas em duas turmas de 1º ano do Novo Ensino Médio na Escola Estadual Marechal Humberto de Alencar Castelo Branco. Iniciamos as observações no dia 24 de março e finalizamos no dia 7 de abril. No dia 7 de abril houve alterações no horário das aulas de matemática, em que na sexta-feira as aulas do 1ºB que eram nos dois primeiros horários, passou a ser no terceiro e quarto horário e as aulas do 1ºA que eram no quarto e quinto horário passaram a ser nos dois primeiros horários. Na quinta-feira não houve alteração. A seguir, no Quadro 1 está o cronograma de todas as observações realizadas antes e após as alterações dos horários das aulas de matemática.

Quadro 1: Cronograma das observações antes e após alterações dos horários das aulas de matemática.

Aula	Quinta-feira 24/03	Sexta-feira 25/03	Quinta-feira 31/03	Sexta-feira 01/04	Quinta-feira 7/04
1°	1°B		1°B		1°A
2°	1°B		1°B		1°A
3°					1°B
4°	1°A		1°A		1°B
5°	1°A	1°B	1°A	1°B	
6°		1°A		1°A	

Fonte: Próprios autores.

Relatório de observação - Turma 1°B dia 24/03

No dia 24 de março realizamos a observação na turma do 1° ano B de duas aulas geminadas, com início às 07:10 e término às 08:50. Estavam presentes na aula 18 alunos.

A aula começou com a coordenadora entrando na sala e dando um recado para a turma sobre vendas de pizza da escola. Após o recado e a saída da coordenadora, a professora comentou com os estudantes que durante algumas aulas haveria a presença de três estagiários e deu abertura para que nós nos apresentássemos. Encerrados os recados e apresentações, a professora solicitou aos alunos a entrega de uma pesquisa deixada na semana anterior como atividade de casa. Poucos alunos entregaram a pesquisa enquanto outros tentavam explicar o motivo por não ter trazido, e outros somente afirmaram que tinham esquecido.

A professora comentou que eles deveriam entregar a pesquisa pois valia uma parte da nota do trimestre e então continuou a aula corrigindo um exercício sobre matrizes deixado como tarefa na aula anterior. Nesse exercício era preciso calcular os elementos de uma matriz $D_{3 \times 3}$, com a lei de formação $d_{ij} = 3i^2 - j$. No quadro a professora escreveu a matriz D na forma genérica, para então calcular o valor de cada elemento d_{ij} . Durante a correção, a professora pedia aos alunos alguns passos do cálculo e 3 alunos respondiam corretamente as perguntas e os demais continuavam em silêncio.

Nesse exercício, alguns alunos haviam errado no cálculo da potência, por exemplo, calcularam $3^2 = 6$, então a professora explicou que na potenciação, deve-se multiplicar o número que está na base por ele mesmo e não a base multiplicado pela potência. Enquanto a professora fazia a correção, a maioria dos alunos prestavam atenção enquanto alguns conversavam e utilizavam o celular.

Para o próximo exercício a professora comenta que haveria sinais de desigualdade na lei de formação da matriz. O enunciado era:

1) Determine cada matriz definida a seguir

a) $A = (a_{ij})_{4 \times 3}$, onde

$$a_{ij} = \begin{cases} 2, & \text{se } i \geq j \\ -1, & \text{se } i < j \end{cases}$$

Enquanto a professora passava no quadro o exercício, a bibliotecária da escola pediu para dar um recado para a turma que durou cerca de seis minutos para informar sobre o número de cadastro da biblioteca dos alunos e sobre a eleição do grêmio estudantil. Houve uma breve dispersão dos alunos com os recados, mas a atenção e silêncio foi retomado logo após a professora pedir silêncio. Na sequência, a professora explica a atividade, resolve as duas primeiras linhas e deixa as duas últimas para os alunos. Os alunos permaneceram em silêncio durante a cópia do exercício e a resolução sem apresentar dúvidas ou comentários sobre o que foi exposto. A maioria dos alunos tentaram resolver e o restante ficou conversando e utilizando o celular. Dos que tentaram resolver, alguns deles solicitavam o auxílio da professora na carteira.

Passado um tempo ela corrige a atividade pois a turma começa a se dispersar e iniciar conversas paralelas. Durante a correção, ela pedia alguns passos aos alunos que correspondiam a cálculos de matemática básica como a soma de $1 + 2$ e $2 + 2$. Dois alunos respondiam as perguntas corretamente e os demais prestavam atenção em silêncio sem esboçar reação de dúvidas.

Então a professora passou no quadro a letra b e durante a cópia alguns alunos conversavam e utilizavam o celular, enquanto os demais copiavam e prestavam a atenção.

b) $B = (b_{ij})_{4 \times 2}$, tal que

$$b_{ij} = \begin{cases} i + j, & \text{se } i \leq j \\ i - j, & \text{se } i > j \end{cases}$$

Após escrever no quadro a letra b, deixou um tempo para os alunos responderem. Nesse momento uma aluna chama a professora para tirar dúvidas na carteira e os outros alunos começam ter a mesma dúvida, então a professora vai no quadro explicar novamente a atividade. Primeiro ela constrói uma matriz genérica $B_{4 \times 2}$ e calcula os elementos b_{11} e b_{21} . A professora pergunta se os alunos entenderam e dois alunos respondem que sim enquanto os demais não esboçam reação. O restante do exercício ficou para que os alunos resolvam. A professora, novamente, deixa um tempo e quando

iniciam as conversas paralelas, ela corrige o exercício e escreve no quadro a letra c.

c) $C = (c_{ij})_{3 \times 3}$, onde

$$c_{ij} = \begin{cases} i + j, & \text{se } i = j \\ 0, & \text{se } i \neq j \end{cases}$$

A professora questionou o que era o sinal da segunda linha, e os alunos não souberam responder. Um deles comentou que era o “não igual”, então a professora explica que aquele é o sinal de “diferente”, assim deveriam escrever 0 onde o número i da linha fosse diferente do número j da coluna. Durante a resolução, alguns alunos de outras turmas, passaram no corredor conversando alto, o que gerou distração dentro da sala de aula e a professora precisou chamar atenção para que voltassem o foco para a atividade. Após o tempo deixado para resolução, a professora corrige o exercício e começa a falar sobre matrizes especiais.

A professora comenta que algumas matrizes recebem um nome especial devido às características de seus elementos. No quadro escreve definições e exemplos sobre a matriz linha, matriz coluna, matriz nula, matriz quadrada, matriz triangular, matriz identidade e matriz diagonal. Explica que toda matriz linha é formada por uma única linha, mas independe do número de colunas, uma matriz coluna é formada por uma única coluna mas independe o número de linhas, uma matriz nula possui todos os elementos iguais a zero, a matriz quadrada possui o número de linhas e colunas iguais, também possui uma diagonal principal e uma diagonal secundária, neste caso ela destaca no exemplo de matriz quadrada que escreveu no quadro cada uma das diagonais, e a matriz triangular é uma matriz cujos elementos acima ou abaixo da diagonal principal são nulos, também destaca nos exemplos escritos os triângulos formados por elementos zeros, um dos exemplos é uma matriz triangular superior e o outro uma matriz triangular inferior.

A professora consegue explicar até a matriz triangular, ficando a identidade e diagonal para a próxima aula.

Relatório de observação - Turma 1ºA dia 24/03

No dia 24 de março realizamos a observação na turma do 1º ano A de duas aulas geminadas, com início às 09:55 e término às 11:35. Estavam presentes na aula 19 alunos.

A professora inicia a aula solicitando a entrega de uma pesquisa deixada na semana anterior como tarefa de casa. Porém nesta turma apenas uma aluna entrega no final da aula pois passou a aula toda desenvolvendo essa pesquisa. O restante dos alunos não havia feito, e tentaram dar inúmeras justificativas, dentre elas, o fato de que estavam

com vários trabalhos das outras disciplinas, esqueceram da tarefa e que não tiveram tempo de fazer.

A professora diz que eles deveriam fazer a pesquisa, pois fazia parte da nota do trimestre e deixou que entregassem até no dia seguinte. Alguns alunos disseram que iriam trazer enquanto outros se dispersaram em conversas paralelas. A professora pede por silêncio pois vai iniciar a aula com a correção da mesma atividade passada na turma do 1º B.

O exercício era calcular os elementos de uma matriz $D_{3 \times 3}$, com a lei de formação $d_{ij} = 3i^2 - j$. Ela segue os mesmos passos que fez na turma anterior para chegar na resolução, ou seja, ela escreveu no quadro a matriz na forma genérica, para então calcular o valor de cada elemento. Após terminar as explicações, um aluno comentou que achava difícil trabalhar com matrizes, então um colega disse que achava bem fácil e que preferia matrizes a estudar “ x na $y + b$ ”.

A professora pediu se havia alguma dúvida e nenhum dos alunos questionou ou demonstrou interesse em perguntar. Então, a professora passa mais atividades no quadro. Durante a cópia, os alunos conversavam e tumultuavam a aula mesmo com a professora chamando a atenção inúmeras vezes. As atividades são as mesmas passadas para o 1ºB, ou seja,

1) Determine cada matriz definida a seguir

a) $A = (a_{ij})_{4 \times 3}$, onde

$$a_{ij} = \begin{cases} 2, & \text{se } i \geq j \\ -1, & \text{se } i < j \end{cases}$$

b) $B = (b_{ij})_{4 \times 2}$, tal que

$$b_{ij} = \begin{cases} i + j, & \text{se } i \leq j \\ i - j, & \text{se } i > j \end{cases}$$

c) $C = (c_{ij})_{3 \times 3}$, onde

$$c_{ij} = \begin{cases} i + j, & \text{se } i = j \\ 0, & \text{se } i \neq j \end{cases}$$

Em cada item do exercício a professora deixa um tempo para resolução, mas os alunos mais conversavam do que resolviam e ignoravam todas as vezes que a professora pedia por silêncio. Mesmo com a turma inquieta, a professora corrige os dois primeiros itens, e escreve no quadro o terceiro exercício. Como na turma anterior, pediu se os alunos sabiam o que era o símbolo de diferente. Alguns alunos não souberam responder enquanto

um deles respondeu que é o símbolo de “diferenciável” e outra aluna comentou “eu achei bem desnecessário esse símbolo do nada”.

A professora explica que é o símbolo de “diferente” e deixa um tempo, novamente, para que os alunos tentem resolver, porém, mais uma vez a maioria dos alunos ficava conversando ao invés de tentar resolver. Em seguida, a professora corrige em meio a conversas paralelas dos alunos e começa a falar sobre matrizes especiais. Escreve no quadro as definições e exemplos sobre a matriz linha, matriz coluna, matriz nula, matriz quadrada, matriz triangular, matriz identidade e matriz diagonal. É deixado um tempo para que os alunos copiassem, porém, os alunos continuaram conversando e ignorando as inúmeras vezes que a professora chamou a atenção da turma para silêncio.

Quando a professora iniciou a explicação do conteúdo, os alunos começaram a guardar os materiais e querer sair da sala mesmo faltando dez minutos para o fim da aula, porém, a professora os advertiu para que ficassem sentados. Os alunos se sentaram, mas continuaram agitados e conversando alto enquanto a professora explicava o conteúdo.

Ela explica que toda matriz linha é formada por uma única linha, independe do número de colunas; uma matriz coluna é formada por uma única coluna, independe o número de linhas; uma matriz nula possui todos os elementos iguais a zero; a matriz quadrada possui o número de linhas e colunas iguais, possui uma diagonal principal e uma diagonal secundária, neste caso ela destaca no exemplo de matriz quadrada que escreveu no quadro cada uma das diagonais; e a matriz triangular, cujos elementos acima ou abaixo da diagonal principal são nulos, destaca nos exemplos escritos os triângulos formados por elementos zeros, diferenciando uma matriz triangular superior e uma matriz triangular inferior.

A explicação vai até a matriz triangular, ficando para a próxima aula matriz identidade e matriz diagonal. Após a explicação, os alunos se dirigiram para a porta para sair, mas a professora fechou a porta e impediu que saíssem antes do sinal.

Durante toda a aula os alunos se dispersavam, conversavam bastante, falavam palavrões e utilizavam o celular, sendo necessário que a professora chamasse a atenção em vários momentos.

Relatório de observação - Turma 1ºA dia 25/03

No dia 25 de março realizamos a observação na turma do 1º ano B de uma aula, com início às 10:45 e término às 11:35. Estavam presentes na aula 8 alunos.

A aula começou com a professora retomando o conteúdo de matrizes perguntando

aos alunos como era o nome das diagonais principais da matriz quadrada. Os alunos conseguiram responder somente após consultarem o caderno. Então ela escreveu e explicou o seguinte exemplo no quadro.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}_{2 \times 2}$$

Diagonal secundária Diagonal principal

A professora pediu se havia alguma dúvida, mas nenhum aluno se pronunciou. Visto que não havia dúvidas, a professora retomou o que era uma matriz triangular e escreveu o mesmo exemplo passado na aula passada, perguntando qual a ordem da matriz. Apenas um dos alunos respondeu corretamente a ordem da matriz, os demais se demonstraram desinteressados da aula. A matriz passada na aula anterior é a matriz A descrita abaixo.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 8 & 3 & 0 \\ 7 & 9 & 5 \end{bmatrix}$$

Em seguida, a professora explicou o que era uma matriz identidade, escrevendo o exemplo da matriz I_3 . Feito isso, escreveu a matriz A_3 e explicou o que era a matriz diagonal e qual era a diferença dela para a identidade.

$$I_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{(3 \times 3)} \quad A_3 = \begin{bmatrix} -4 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

Terminado a explicação a professora pediu se havia alguma dúvida e como os alunos não se pronunciaram e não esboçaram dúvidas, ela continuou escrevendo no quadro as seguintes atividades:

1) Classifique cada matriz em quadrada, triangular, diagonal, identidade, nula, linha ou coluna.

a) $A = [0 \ 1 \ 0 \ 1]$

b) $B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

c) $C = \begin{bmatrix} 5 & \pi & 0 \\ 0 & 12 & -4 \\ -3 & 1 & -7 \end{bmatrix}$

d) $D = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$

$$e) \quad E = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

2) O traço de uma matriz quadrada é igual à soma dos elementos da diagonal principal. Calcule o traço da matriz.

$$a) \quad A = \begin{bmatrix} 5 & 12 \\ 8 & -9 \end{bmatrix}$$

$$b) \quad B = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 4 & 5 & -2 \\ 8 & 9 & 3 \end{bmatrix}$$

A professora deu uma breve explicação do que era para ser feito e deu um tempo para que os alunos copiassem e tentassem resolver. Durante a resolução alguns alunos tiveram dúvidas e chamaram a professora na carteira. Nesse tempo, uma aluna perguntou onde usaria o conceito de matriz na prática e a professora respondeu que esse conteúdo era muito utilizado na computação. A mesma aluna pediu quando ia ver um conteúdo mais interessante e a professora disse que haveria mais algumas propriedades sobre matrizes a serem vistas nas próximas aulas.

Em seguida, a professora iniciou as correções e pediu aos alunos quais seriam as respostas corretas. A maioria da turma pareceu desinteressada na aula e apenas dois alunos responderam corretamente todas as respostas.

Em seguida a professora passou mais um exercício. Os alunos copiaram em silêncio, mas não entenderam o que era para ser feito, logo, a professora explicou mais uma vez o exercício e deixou que eles resolvessem. Alguns alunos tentaram fazer e outros conversavam e utilizavam o celular ignorando a tarefa a ser feita. O exercício passado está descrito a seguir.

3) Dada a matriz

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 10 \\ 3 & 6 & 0 & -2 \\ 1 & -4 & -1 & 3 \\ -5 & 1 & 0 & -6 \end{bmatrix}$$

Calcule a diferença entre a soma dos elementos da diagonal principal e a dos elementos da diagonal secundária.

Após auxiliar alguns alunos na carteira a professora corrigiu o exercício no quadro fazendo a resolução detalhadamente e explicando cada passo. Ao terminar, ela pediu onde os alunos haviam errado e um deles respondeu que foi no sinal do 4. Terminada a resolução a professora encerrou a aula às 11:34.

Relatório de observação - Turma 1ºA dia 25/03

No dia 25 de março realizamos a observação na turma do 1º ano A de uma aula, com início às 11:35 e término às 12:25. Estavam presentes na aula 11 alunos.

Ao chegar na sala, a professora foi avisada pela colega de trabalho que um aluno havia saído para ir ao banheiro e não havia retornado. Esse aluno entrou na sala com cinco minutos de atraso.

Para dar início à aula, a professora começou a retomar o conteúdo sobre matrizes, porém, os alunos estavam agitados e foi necessário chamar a atenção inúmeras vezes até que as conversas paralelas amenizassem. Quando a conversa diminuiu a professora voltou a passar o conteúdo no quadro. Ao terminar, tentou iniciar a explicação, mas foi necessário chamar a atenção mais uma vez. Durante a explicação um aluno pediu se uma matriz quadrada poderia ter ordem 4×3 . A professora respondeu que não poderia, pois, uma matriz quadrada tem o mesmo número de linhas e colunas.

Terminada a explicação a professora pediu se os alunos tinham alguma dúvida e eles responderam que não. Então a professora passou os mesmos exercícios passados na turma 1º ano B, ou seja,

- 1) Classifique cada matriz em quadrada, triangular, diagonal, identidade, nula, linha ou coluna.

f) $A = [0 \quad 1 \quad 0 \quad 1]$

g) $B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

h) $C = \begin{bmatrix} 5 & \pi & 0 \\ 0 & 12 & -4 \\ -3 & 1 & -7 \end{bmatrix}$

i) $D = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$

j) $E = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

- 2) O traço de uma matriz quadrada é igual à soma dos elementos da diagonal principal. Calcule o traço da matriz.

c) $A = \begin{bmatrix} 5 & 12 \\ 8 & -9 \end{bmatrix}$

d) $B = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 4 & 5 & -2 \\ 8 & 9 & 3 \end{bmatrix}$

A professora deu uma breve explicação do que era para ser feito e deu um tempo para que os alunos copiassem e tentassem resolver. No entanto, durante todo esse tempo os alunos mantinham conversas paralelas e usavam o celular, o que fez com que ela pedisse por silêncio e que copiassem e resolvessem as atividades apresentadas.

Após esse tempo, como a conversa paralela continuava, a professora pediu para que um aluno fosse ao quadro resolver a primeira atividade. Sendo assim, ele respondeu corretamente as alternativas a, b e a alternativa e, as quais as respostas foram, respectivamente, matriz linha, matriz nula e matriz coluna. Quanto às que faltaram (alternativas c, d) comentou que não havia feito. Enquanto esse aluno escrevia as respostas, a sala ficava fazendo piadas a respeito da sua letra. A partir disso, a professora explicou o porquê de as respostas estarem corretas e escreveu a solução das duas alternativas que faltavam.

Em seguida, ela pediu para que os alunos solucionassem a segunda atividade, enquanto eles tentavam, a professora acordou uma estudante que dormia, fez a chamada, explicou a atividade novamente e auxiliou uma aluna que havia lhe chamado na carteira para pedir como calculava o traço de uma matriz. Mais alguns alunos pediram o auxílio da professora na carteira, enquanto alguns conversavam paralelamente.

A aula terminou faltando a correção do exercício 2.

Relatório de observação - Turma 1ºB dia 31/03

No dia 31 de março realizamos a observação na turma do 1º ano B de duas aulas geminadas, com início às 07:10 e término às 08:50. Estavam presentes na aula 19 alunos.

A professora pediu ajuda para que uma estagiária recortasse os papéis de uma atividade que trabalharia em aula. Depois disso, ela recordou com a turma, de forma oral e sucinta, os tipos de matrizes.

A professora escreveu no quadro a teoria a respeito de adição e subtração de matrizes e explicou, destacando várias vezes que só é possível realizar essas operações se as matrizes tiverem a mesma ordem, e ainda que a matriz resultante da operação terá também a mesma ordem. Após isso, distribuiu a atividade impressa a seguir para colarem no caderno. Durante as explicações a turma se manteve quieta, sendo que a maioria dos alunos pareciam desinteressados na aula. Na atividade distribuída estava descrita a seguinte situação:

O direito igualitário ao voto entre homens e mulheres no Brasil é uma conquista que as mulheres obtiveram com muita luta ao longo de nossa história.

Para elas, o direito de votar e de receber votos foi instituído apenas a partir de 1932. Observe a quantidade de homens e de mulheres eleitos deputados federais e senadores da república no Brasil em duas eleições.

Figura 18: Tabelas utilizadas durante a aula.

Quantidade de candidatos eleitos para a Câmara Federal do Brasil

Ano da eleição	Mulher	Homem
2014	51	462
2018	77	436

Quantidade de candidatos eleitos para o Senado Federal do Brasil

Ano da eleição	Mulher	Homem
2014	5	22
2018	7	47

Fonte: Próprios autores.

Em seguida a professora leu a atividade para a turma, e montou as seguintes matrizes com as informações contidas na situação apresentada:

$$A = \begin{bmatrix} 51 & 462 \\ 77 & 436 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 5 & 22 \\ 7 & 47 \end{bmatrix}$$

Foi explicado que na matriz A, a primeira e a segunda coluna representam, respectivamente, o número de mulheres e de homens candidatos eleitos para a Câmara Federal do Brasil. Já a primeira e segunda linha representam, respectivamente, os anos de 2018 e 2019. Quanto a matriz B, as colunas e linhas representam de forma análoga a matriz A com a diferença de ser os candidatos eleitos para o Senado Federal do Brasil. Os alunos se mantiveram em silêncio durante a explicação, sendo que alguns não estavam prestando atenção ao que a professora explicava.

Feito isso, destacou que as matrizes tinham a mesma ordem e realizou a soma das duas matrizes da seguinte forma, explicando que somava sempre os elementos correspondentes:

$$A + B = \begin{bmatrix} 51 + 5 & 462 + 22 \\ 77 + 7 & 436 + 47 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 56 & 484 \\ 84 & 483 \end{bmatrix}$$

Então pediu se os alunos tinham dúvidas, como os que estavam prestando a atenção falaram que tinham entendido, ela solicitou para que os alunos registrassem a resolução no caderno. Enquanto isso ela escreveu no quadro a teoria sobre diferença de matrizes e um exemplo com duas matrizes A e B quadradas de ordem 2.

Em seguida, a professora resolveu o exemplo de duas formas diferentes, primeiro somando A com a matriz oposta de B, ou seja, $A+(-B)$. Depois, explicou que também

poderia ser feito da forma A-B, e que eles poderiam escolher o método que preferissem para as próximas atividades.

1) Calcule.

a) $\begin{bmatrix} 5 & 7 \\ 9 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 6 & -2 \\ 5 & 8 \end{bmatrix}$

b) $[1 \ 5 \ 0 \ -4] - [6 \ 6 \ 8 \ 7]$

Enquanto os alunos copiavam, alguns conversavam paralelamente e outros se mantinham em silêncio. A professora explicou o que devia ser feito nos exercícios logo após ter terminado de passá-los no quadro. Quando terminou de explicar ela pediu aos alunos o que deveria ser analisado para que seja possível realizar a soma e a diferença entre matrizes e um dos alunos respondeu que deveria verificar se tem o sinal de diferença. Visto que eles não entenderam a condição necessária para poder realizar essas operações, a professora explicou que deveria observar se as matrizes envolvidas na soma e subtração possuem a mesma ordem, caso não possuam não é possível realizar as operações.

Após a explicação, a professora deixou um tempo para os alunos resolverem os exercícios. Nesse tempo alguns alunos dormiram, outros conversavam e o restante da turma tentava resolver. Dos que tentavam resolver, alguns pediam o auxílio da professora na carteira.

Após notar que os alunos apresentavam dúvidas na matemática básica, a professora corrigiu a letra a) do exercício 1. Ao resolver, ela enfatizou que bastava realizar as operações termo a termo das matrizes e que $7 + (-2)$ era igual a 5 e não igual a 9 como vários alunos tinham feito.

Em seguida, iniciou a resolução do item b), mas teve que interromper devido a conversas paralelas e terminou a resolução após retomar o silêncio. A professora pediu se os alunos tinham alguma dúvida e ninguém se manifestou, então, passou mais um exercício no quadro.

2) Sejam

$$A = \begin{bmatrix} 12 & 1 \\ 9 & 5 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 8 & 11 \\ 3 & 6 \end{bmatrix} \text{ e } C = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 10 & 7 \end{bmatrix}.$$

a) Determine as matrizes A+B+C e identifique os elementos da diagonal secundária.

b) A-B+C e some os elementos da diagonal principal.

Enquanto a professora passava o exercício no quadro alguns alunos se levantaram

e começaram a conversar alto, logo, a professora teve que chamar a atenção para que o silêncio fosse retomado e os alunos permaneçam sentados.

Deixado um tempo para a resolução do exercício passado, um aluno pediu se a matriz resultante teria uma coluna a mais por ser a soma de três matrizes. A professora então explicou o exercício para toda a turma e pediu se havia mais alguma dúvida, e os alunos disseram que não. Em seguida foi deixado um tempo para os alunos resolverem.

Durante o tempo de resolução, a professora auxiliava nas carteiras os alunos que solicitavam ajuda. Nesse tempo, um dos alunos pediu para ir na secretaria imprimir um trabalho de outra matéria e a professora disse que não liberaria, pois, a aula estava quase no fim. O aluno ficou irritado e começou a discutir com a professora, porém a professora disse que ele deveria ter se planejado antes e não durante a aula dela.

Terminada a discussão, a professora corrigiu o item a). Durante a resolução houve a participação de dois alunos respondendo corretamente os cálculos de adição envolvidos no exercício, enquanto o restante da turma se manteve em silêncio ou desinteressada.

Em seguida, a professora explicou o item b) e pediu qual os elementos da diagonal principal da matriz resultante e dois alunos responderam que era d_{12} e d_{21} pois se tratava de uma matriz quadrada. A professora concordou com a resposta e deixou um tempo para a resolução do exercício.

Durante o restante da aula alguns alunos conversavam e outros tentavam resolver o exercício, sendo que alguns solicitavam o auxílio da professora na carteira.

Relatório de observação - Turma 1ºA dia 31/03

No dia 31 de março realizamos a observação na turma do 1º ano B de duas aulas geminadas, com início às 09:55 e término às 11:35. Estavam presentes na aula 19 alunos.

A professora iniciou a aula corrigindo as alternativas a e b da questão 2 da aula passada, a qual o objetivo era calcular o traço de duas matrizes quadradas de ordem 2. Durante a correção um aluno perguntou se era o mesmo que fazer regra de três, a professora explicou que não. Enquanto a professora somava os elementos da diagonal principal, uma aluna questionou “e o resto?” se referindo a soma dos elementos da diagonal secundária, por sua vez, a professora falou que para calcular o traço se calculava somente a soma dos elementos da diagonal principal. Feito isso, a professora perguntou se os alunos trouxeram a pesquisa que tinha sido solicitada novamente na aula passada. No entanto, nenhum aluno entregou a pesquisa.

A professora perguntou aos alunos quais os tipos de matrizes tinham sido estudados na última aula e a maior parte da turma respondeu corretamente. Em seguida, a professora destacou os pontos principais de cada tipo de matriz e começou a escrever no quadro a teoria sobre a adição e subtração de matrizes. Durante a cópia do conteúdo, alguns alunos conversavam paralelamente.

Ao terminar de passar o conteúdo no quadro, a professora pediu à estagiária para distribuir para a turma a mesma atividade impressa entregue na aula anterior no 1º B. Depois de deixar um tempo para os alunos registrar o conteúdo no caderno, a professora fez a explicação do conteúdo que tratava da soma de matrizes que tinha acabado de passar no quadro. Durante a explicação a sala se manteve em silêncio com a maioria dos alunos prestando a atenção e alguns alunos desinteressados da aula.

Em seguida, a professora leu a atividade que estava descrita na folha distribuída pela estagiária e explicou o que deveria ser feito em cada questão e resolveu no quadro explicando cada passo necessário para a resolução. Para isso, montou as seguintes matrizes com as informações contidas na situação apresentada:

$$A = \begin{bmatrix} 51 & 462 \\ 77 & 436 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 5 & 22 \\ 7 & 47 \end{bmatrix}$$

Foi explicado que na matriz A, a primeira e a segunda coluna representam, respectivamente, o número de mulheres e de homens candidatos eleitos para a Câmara Federal do Brasil. Já a primeira e segunda linha representam, respectivamente, os anos de 2018 e 2019. Quanto a matriz B, as colunas e linhas representam de forma análoga a matriz A com a diferença de ser os candidatos eleitos para o Senado Federal do Brasil. Os alunos se mantiveram em silêncio durante a explicação, sendo que alguns não estavam prestando atenção ao que a professora explicava.

Feito isso, destacou que as matrizes tinham a mesma ordem e realizou a soma das duas matrizes da seguinte forma, explicando que somava sempre os elementos correspondentes:

$$A + B = \begin{bmatrix} 51 + 5 & 462 + 22 \\ 77 + 7 & 436 + 47 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 56 & 484 \\ 84 & 483 \end{bmatrix}$$

A professora pediu se os alunos tinham alguma dúvida, mas eles disseram que haviam compreendido bem o conteúdo. Em seguida, foi deixado um tempo para os alunos copiarem as resoluções. Durante a cópia, a diretora entrou na sala para pedir que um aluno a acompanhasse até à direção. Logo em seguida a secretária entra na sala para falar sobre os jogos escolares e a venda de pizzas que demorou cerca de 5 minutos.

Após a secretária sair da sala, as conversas paralelas aumentaram e a professora

chamou a atenção para retomarem o silêncio e copiarem a definição de subtração de matrizes que ela iria passar no quadro. Os alunos ignoraram as advertências da professora, que por sua vez terminou de passar o conteúdo e logo iniciou a explicação do conteúdo por entender que todos já haviam copiado.

Ao explicar como realiza a subtração de duas matrizes, a professora passou um exemplo de como realiza esse cálculo de duas formas distintas, ou seja, definiu duas matrizes A e B com, e realizou a subtração dessas matrizes fazendo $A - B$ e $A + (-B)$. Uma das alunas comentou que achava mais fácil fazer $A - B$, pois seria menos contas a fazer. Outra aluna achou que para fazer a subtração tinha que realizar o cálculo das duas formas obrigatoriamente. A professora falou que não precisava, bastava escolher uma das duas formas e aplicar. Para essa mesma aluna a professora advertiu para que ela retirasse o fone de ouvido durante a aula pois estava fazendo com que ela não compreendesse corretamente o conteúdo.

Após as explicações, a professora passou dois exercícios para que os alunos praticassem o conteúdo recém explicado. Durante a cópia dos exercícios os alunos conversavam paralelamente, mas copiavam os exercícios e, além disso, eles tentaram realizar os exercícios propostos. Para auxiliar a professora nas dúvidas dos alunos, os estagiários atendiam os alunos com nas carteiras. O exercício passado pela professora foi o mesmo passado na turma do 1º ano B:

1) Calcule.

a) $\begin{bmatrix} 5 & 7 \\ 9 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 6 & -2 \\ 5 & 8 \end{bmatrix}$;

b) $[1 \ 5 \ 0 \ -4] - [6 \ 6 \ 8 \ 7]$;

Ao ver que a maioria tinha conseguido resolver, a professora iniciou a correção dos exercícios no quadro e pediu se alguém tinha alguma dúvida, mas os alunos disseram que não, desse modo, ela passou mais um exercício:

2) Sejam

$$A = \begin{bmatrix} 12 & 1 \\ 9 & 5 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 8 & 11 \\ 3 & 6 \end{bmatrix} \text{ e } C = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 10 & 7 \end{bmatrix}.$$

a) Determine as matrizes $A + B + C$ e identifique os elementos da diagonal secundária.

Durante a cópia das atividades os alunos começaram a conversar sobre uma suposta manifestação que aconteceria no dia seguinte e que por conta disso não iriam na aula. A professora disse que não estava sabendo de nada e que haveria aula de matemática

normalmente e que no momento era para eles se preocuparem em copiar o conteúdo.

Após terminar de passar no quadro o exercício, foi deixado um tempo para que os alunos copiassem. Durante esse tempo um aluno pediu se dava pra somar as três matrizes de uma vez e a professora respondeu que se ele consegue entender o que é para ser feito ele poderia fazer, e em seguida, ela explicou para toda a turma o que deveria ser feito no exercício.

Novamente, os estagiários auxiliaram a professora tirando as dúvidas dos alunos nas carteiras. Alguns alunos sabiam resolver, mas estavam com preguiça de fazer, outros terminaram rapidamente os exercícios e começaram a conversar.

A professora iniciou a correção quando notou que a maioria já tinha resolvido e começou a conversar paralelamente. Durante a correção a turma auxiliou com o resultado das contas de adição e subtração conforme a professora pedia. Em seguida, a professora passou mais um item da questão 2:

b) $A - B + C$ e some os elementos da diagonal principal.

Novamente os estagiários auxiliaram tirando dúvidas dos alunos nas carteiras. O restante da aula foi destinado à resolução desse exercício.

Relatório de observação - Turma 1ºB dia 01/04

No dia 01 de abril realizamos a observação na turma do 1º ano B de uma aula, com início às 10:45 e término às 11:35. Estavam presentes na aula 12 alunos.

A professora iniciou a aula reescrevendo no quadro as matrizes A , B e C do exercício passado na aula anterior, mas alertou os alunos que não precisavam escrever novamente pois eles já tinham registrado no caderno. Então, ela começou a corrigir a alternativa B deixada como tarefa. Durante a resolução, a professora explicou a soma de números positivos e negativos e o produto com jogo de sinais. Terminado a correção, a professora pediu se havia dúvidas e como não houve reação dos alunos, ela começou a escrever a alternativa C no quadro.

c) $A - (B + C)$, e calcule a diferença entre a soma dos elementos da diagonal principal e os da diagonal secundária.

Os alunos conversavam assuntos paralelos enquanto copiavam o exercício. A professora passou por eles sanando as dúvidas e observando se estavam tentando resolver. Alguns estudantes estavam resolvendo de modo errado ignorando os parênteses na expressão. Outros não sabiam quais matrizes utilizar para resolver os cálculos. Então a

professora os alertou que precisavam primeiro resolver o que estava dentro dos parênteses para aí sim subtrair esse resultado de A .

Enquanto os alunos estavam tentando resolver, a secretária chegou para dar um recado às 11:09. Era um alerta para a turma a respeito de uma briga que ocorreu entre alunos, e alguns estudantes da sala incentivaram essa briga, portanto ela lembrou que incentivar um crime também se caracteriza como um crime. Também alertou que há pessoas que dizem que a violência não leva a nada, mas ela discorda, pois a violência leva para a patrulha. Após esse aviso, agradeceu a professora e saiu da sala às 11:11.

A professora tirou várias dúvidas dos alunos, verificando também se haviam feito certo ou errado, e caso tivessem feito errado, qual havia sido o erro. Após isso, realizou a correção no quadro. Um aluno comentou que errou a soma “ $-6 + 18$ ” pois tinha feito que era “ -12 ” já que “ $+$ ” com “ $-$ ” é “ $-$ ”. A professora falou que quando é soma é mais fácil, mas quando tem o sinal de “ $-$ ” precisa tomar mais cuidado. Em seguida, passou mais um exercício no quadro.

d) $A - C^2$, e identifique o menor número obtido na matriz.

Novamente, ela deixou um tempo para que os alunos resolvessem e ajudou os que solicitavam na carteira. Alguns alunos tentavam resolver o exercício e os demais conversavam e ignoravam a atividade a ser feita. Após verificar que a maioria dos alunos que tentavam resolver estavam com dúvidas no exercício, a professora explicou novamente o que deveria ser feito, ou seja, que para fazer C^2 era preciso elevar cada elemento ao quadrado e depois diminuir a matriz A da matriz C^2 .

Deixado mais um tempo para resolver, a professora notou que os alunos estavam fazendo o quadrado dos elementos da matriz de forma errada, ou seja, ao invés de fazer o elemento c_{11}^2 , os alunos estavam resolvendo $2c_{11}$, ou seja, estavam calculando o dobro ao invés do quadrado do número. Logo, a professora fez a correção do exercício no quadro explicando como deveria ser feito. Enquanto isso, a maioria dos alunos se manteve desinteressado nas explicações, enquanto os demais mantinham a atenção na professora.

Terminada a correção, a professora passou mais um exercício:

3) Dada a matriz

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Calcule $A + I_3$.

Durante a explicação do que deveria ser feito no exercício, houve dispersão da

turma com alguns alunos que estavam do lado de fora da sala de aula conversando interrompendo as explicações da professora. A professora chamou a atenção e terminou as explicações, logo em seguida a aula terminou

Relatório de observação - Turma 1ºA dia 01/04

No dia 01 de abril realizamos a observação na turma do 1º ano B de uma aula, com início às 11:35 e término às 12:25. Estavam presentes na aula 15 alunos.

A professora iniciou a aula reescrevendo no quadro as matrizes A , B e C trabalhadas na aula anterior, mas alertou os alunos que não precisavam escreverem elas novamente pois eles já as tinham registradas no caderno da aula de ontem. Então corrigiu a alternativa B. Também alertou que diagonais só existem em matrizes quadradas, ou seja, matrizes que tenham o mesmo número de linhas e colunas.

Após a correção uma das alunas comentou “até agora tá ok, mas você vai complicar né”. A professora respondeu que as operações de soma e subtração eram somente isso e que era realmente simples de resolver desde que cuidando o sinal dos elementos das matrizes.

Em seguida, escreveu a alternativa c) $A - (B + C)$, no quadro. Ela explicou que primeiro precisava resolver o que está entre parênteses, e que por isso $A - B + C \neq A - (B + C)$. Durante a cópia, alguns alunos conversavam e outros tentavam resolver. Os estagiários auxiliaram a professora com as dúvidas dos alunos que chamavam na carteira.

Ao notar que a maioria dos alunos havia terminado a atividade, a professora corrigiu a atividade no quadro. Vendo que os alunos não tiveram dúvidas, ela passou a alternativa d) que consistia em calcular $A - C^2$, e identificar o menor número obtido na matriz. Ao terminar de escrever, a professora explicou como devia ser feito o exercício e deixou um tempo para a resolução.

Os estagiários auxiliaram a professora ajudando os alunos que estavam com dúvidas. Após esse momento, ela corrigiu essa alternativa no quadro em meio a conversas e agito dos alunos que estavam guardando o material para ir embora. A professora terminou a correção e encerrou a aula.

Relatório de observação - Turma 1ºB dia 07/04

No dia 07 de abril realizamos a observação na turma do 1º ano B de duas aulas geminadas, com início às 07:10 e término às 08:50. Estavam presentes na aula 19 alunos.

A professora iniciou a aula escrevendo a data e o título: “problemas envolvendo o cálculo de matrizes” no quadro. Ela entregou para os alunos as atividades 1 e 2 a seguir impressa para os alunos, leu, explicou e pediu para que resolvessem a primeira questão.

Figura 19: Primeira atividade entregue pela professora.

A matriz $A = (a_{ij})_{3 \times 4}$ representa os veículos vendidos pela filial A de uma concessionária, sendo o elemento a_{ij} a quantidade de veículos vendidos no mês i do trimestre j de 2020. De maneira análoga, a matriz $B = (b_{ij})_{3 \times 4}$ representa as vendas de veículos realizadas pela filial B, no mesmo período.

$$A = \begin{pmatrix} 27 & 16 & 20 & 21 \\ 19 & 10 & 14 & 17 \\ 21 & 15 & 14 & 28 \end{pmatrix} \text{ e } B = \begin{pmatrix} 32 & 21 & 20 & 22 \\ 26 & 18 & 17 & 21 \\ 21 & 19 & 16 & 34 \end{pmatrix}$$

a) Em quais meses as filiais venderam a mesma quantidade de veículos?
b) Determine a matriz $A + B$.
c) Quantos veículos, no total, foram vendidos pelas duas filiais no 3º trimestre de 2020?

Fonte: Próprios autores.

Após um tempo de aproximadamente 5 minutos, a professora explicou novamente o exercício, sendo dessa vez no quadro e então começou a resolver a primeira questão. Mostrou que os elementos a_{31} e b_{31} são iguais a 21, o que significa que as filiais venderam o mesmo número de veículos no terceiro mês do primeiro trimestre. Em seguida, avisou que na próxima aula seria aplicada uma avaliação sobre o conteúdo de matrizes. Um aluno chegou atrasado.

Ela deixou mais um tempo para que os alunos terminassem de responder a letra a) e então começou fazer a chamada. Após a chamada, finalizou a correção, mostrou que os elementos a_{13} e b_{13} são iguais a 20, logo as duas filiais venderam o mesmo número de veículos no primeiro mês do terceiro trimestre.

Então explicou a segunda alternativa, perguntando se pode realizar a soma da matriz A com a B, um aluno respondeu que sim porque eram quadradas, ela explicou que como o número de linhas não era igual ao da coluna, mas como as matrizes tinham a mesma ordem era possível realizar a soma. Iniciou a soma da primeira linha da matriz e pediu para que terminassem. Passado uns minutos, escreveu uma matriz com todas as somas, e depois a matriz resultante como a seguir, pedindo aleatoriamente para os alunos qual a soma de cada elemento $a_{ij} + b_{ij} = c_{ij}$.

$$\begin{bmatrix} 27 + 32 & 16 + 21 & 20 + 20 & 21 + 22 \\ 19 + 26 & 10 + 18 & 14 + 17 & 17 + 21 \\ 21 + 21 & 15 + 19 & 14 + 16 & 28 + 34 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 57 & 37 & 40 & 43 \\ 45 & 28 & 31 & 38 \\ 42 & 34 & 30 & 62 \end{bmatrix}$$

Em seguida, resolveu a alternativa C no quadro com a ajuda dos alunos. Fez a soma da terceira coluna da matriz A com a terceira coluna da matriz B , escreveu no quadro $20 + 14 + 14 + 20 + 17 + 16 = 101$ veículos. Feito isso, a professora pediu para que um aluno realizasse a leitura do enunciado da atividade 2 a seguir.

Figura 20: Segunda atividade entregue pela professora.

Uma equipe de criadores de jogos para celular acabou de lançar dois jogos, o "Avião Maluco" e o "Fura Bolo", nas versões A e B. As tabelas abaixo mostram o número de *downloads* de cada jogo, em cada tipo de versão, por dia:

🕒 Downloads em 23 de outubro

Jogo	Versão A	Versão B
Avião Maluco	23	21
Fura Bolo	28	36

Fonte: Dados fictícios.

🕒 Downloads em 24 de outubro

Jogo	Versão A	Versão B
Avião Maluco	67	89
Fura Bolo	122	104

Fonte: Dados fictícios.

De acordo com os dados das tabelas, respondam:

- Elabore a matriz A , quadrada de ordem 2, com os dados da tabela do dia 23 de outubro.
- Elabore a matriz B , quadrada de ordem 2, com os dados da tabela do dia 24 de outubro.
- Elabore a matriz $A + B$ e interpretem o que são os valores dessa matriz, de acordo com o contexto do enunciado.
- Elaborem a matriz $B - A$ e interpretem o que são os valores dessa matriz, de acordo com o contexto do enunciado.

Fonte: Próprios autores.

Após o estudante finalizar a leitura, ela explicou o exercício e pediu para que o resolvessem. Enquanto isso, ela passava nas carteiras tirando as dúvidas. Após aproximadamente 15 minutos, fez a correção da alternativa A e B, escrevendo no quadro as seguintes matrizes:

$$A = \begin{bmatrix} 23 & 21 \\ 28 & 36 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 67 & 89 \\ 122 & 104 \end{bmatrix}$$

Em seguida explicou a letra c) e deu mais alguns minutos para que tentassem responder. Feito isso, resolveu no quadro com o auxílio dos alunos obtendo a matriz a

seguir

$$A + B = \begin{bmatrix} 90 & 110 \\ 150 & 140 \end{bmatrix}$$

Como também pedia para fazer a interpretação dos valores da matriz, ela explicou e escreveu no quadro que era “o total de downloads dos dois jogos nos dois dias”. Após isso, disponibilizou mais alguns minutos para a solução da letra d). Depois de algum tempo resolveu escrevendo no quadro a seguinte matriz

$$B - A = \begin{bmatrix} 44 & 68 \\ 94 & 68 \end{bmatrix}$$

Também escreveu “diferença de downloads do dia 24 em relação ao dia 23”. Com isso, terminou as atividades da folha e começou a escrever no quadro uma terceira atividade.

3) As tabelas a seguir indicam o número de faltas de três alunos (A, B, C) em cinco disciplinas (português, matemática, biologia, história e física) nos meses de março e abril.

Então, disponibilizou mais alguns minutos para a solução da alternativa D e passado esse tempo a resolveu.

A professora escreveu no quadro a seguinte atividade:

3) As tabelas a seguir indicam o número de faltas de três alunos (A, B, C) em cinco disciplinas (português, matemática, biologia, história e física) nos meses de março e abril.

Quadro 2: Número de faltas dos alunos A, B e C no mês de março.

Março					
	P	M	B	H	F
Aluno A	2	1	0	4	2
Aluno B	1	0	2	1	1
Aluno C	5	4	2	2	2

Fonte: Próprios autores.

Quadro 3: Número de faltas dos alunos A, B e C no mês de abril.

Abril					
	P	M	B	H	F
Aluno A	1	2	0	1	3
Aluno B	0	1	1	3	1
Aluno C	3	1	3	2	3

Fonte: Próprios autores.

Qual a matriz formada pelo total de faltas desses alunos, nessas disciplinas nos meses de março e abril?

$$\text{a) } \begin{bmatrix} 3 & 3 & 0 & 0 & 5 \\ 4 & 1 & 2 & 4 & 2 \\ 8 & 5 & 5 & 4 & 5 \end{bmatrix}$$

$$\text{c) } \begin{bmatrix} 3 & 3 & 0 & 5 & 5 \\ 1 & 1 & 3 & 4 & 2 \\ 8 & 5 & 5 & 3 & 5 \end{bmatrix}$$

$$\text{b) } \begin{bmatrix} 3 & 3 & 2 & 5 & 5 \\ 0 & 1 & 3 & 4 & 2 \\ 8 & 5 & 5 & 4 & 5 \end{bmatrix}$$

$$\text{d) } \begin{bmatrix} 3 & 3 & 0 & 5 & 5 \\ 1 & 1 & 3 & 4 & 2 \\ 8 & 5 & 5 & 4 & 5 \end{bmatrix}$$

Enquanto os alunos resolviam, um dos estagiários pediu licença para a professora para dar um recado que a partir do dia 28 de abril os estagiários estariam na regência da turma e por isso para poder preparar melhor as atividades gostaríamos de saber se todos possuíam celular e se tinham acesso à internet na escola. Os alunos responderam que tinham celular, mas nem sempre conseguiam acessar a internet da escola. Após o recado, a professora fez a correção da atividade destacando que a resposta correta era a matriz da letra d), terminando ao toque do sinal do término da aula.

Durante a aula houve vários momentos de conversas paralelas dos alunos e a professora sempre que passava nas carteiras dos alunos para tirar as dúvidas também ia olhando seus cadernos para verificar quantos vistos cada um dos estudantes possuía.

A professora fez a correção da atividade, terminando ao toque do sinal do término da aula.

Relatório de observação - Turma 1ºA dia 07/04

No dia 07 de abril realizamos a observação na turma do 1º ano A de uma aula, com início às 08:50 e término às 09:40. Estavam presentes na aula 21 alunos.

A professora pediu para que um dos estagiários distribuísse as mesmas duas atividades impressas da aula passada no 1º ano B (Figuras 16 e 17), enquanto isso a professora fez a correção da atividade 3 da aula passada do dia 01 de abril.

Nessa atividade era necessário realizar a soma da matriz $A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ com

uma matriz identidade de ordem três. A professora fez a adição das matrizes escrevendo no quadro $\begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$. Os alunos não apresentaram dúvidas durante a correção.

Feito isso, ela solicitou que escrevessem a data no caderno, o título: “problemas envolvendo o cálculo de matrizes no quadro” e colassem o papel com as atividades. Então

avisou que na próxima aula, sexta-feira dia 08 de abril, fariam uma atividade avaliativa. Os alunos conversavam paralelamente e alguns estavam fora de seus lugares, sendo necessário que a professora chamasse a atenção da turma.

Figura 21: Primeira atividade entregue pela professora na turma 1º A.

A matriz $A = (a_{ij})_{3 \times 4}$ representa os veículos vendidos pela filial A de uma concessionária, sendo o elemento a_{ij} a quantidade de veículos vendidos no mês i do trimestre j de 2020. De maneira análoga, a matriz $B = (b_{ij})_{3 \times 4}$ representa as vendas de veículos realizadas pela filial B, no mesmo período.

$$A = \begin{pmatrix} 27 & 16 & 20 & 21 \\ 19 & 10 & 14 & 17 \\ 21 & 15 & 14 & 28 \end{pmatrix} \text{ e } B = \begin{pmatrix} 32 & 21 & 20 & 22 \\ 26 & 18 & 17 & 21 \\ 21 & 19 & 16 & 34 \end{pmatrix}$$

a) Em quais meses as filiais venderam a mesma quantidade de veículos?
 b) Determine a matriz $A + B$.
 c) Quantos veículos, no total, foram vendidos pelas duas filiais no 3º trimestre de 2020?

Fonte: Próprios autores.

Figura 22: Segunda atividade entregue pelos estagiários na turma 1º A.

Uma equipe de criadores de jogos para celular acabou de lançar dois jogos, o "Avião Maluco" e o "Fura Bolo", nas versões A e B. As tabelas abaixo mostram o número de downloads de cada jogo, em cada tipo de versão, por dia:

🕒 Downloads em 23 de outubro

Jogo	Versão A	Versão B
Avião Maluco	23	21
Fura Bolo	28	36

Fonte: Dados fictícios.

🕒 Downloads em 24 de outubro

Jogo	Versão A	Versão B
Avião Maluco	67	89
Fura Bolo	122	104

Fonte: Dados fictícios.

De acordo com os dados das tabelas, respondam:

a) Elabore a matriz A , quadrada de ordem 2, com os dados da tabela do dia 23 de outubro.
 b) Elabore a matriz B , quadrada de ordem 2, com os dados da tabela do dia 24 de outubro.
 c) Elabore a matriz $A + B$ e interpretem o que são os valores dessa matriz, de acordo com o contexto do enunciado.
 d) Elaborem a matriz $B - A$ e interpretem o que são os valores dessa matriz, de acordo com o contexto do enunciado.

Fonte: Próprios autores.

Após chamar a atenção da turma para que se sentassem e prestassem atenção nas explicações, a professora começou a explicar a primeira atividade e pediu para que

tentassem resolver. Enquanto os alunos resolviam, fez a chamada oralmente e logo após passou nas carteiras tirando as dúvidas dos estudantes. Alguns alunos tentaram resolver enquanto alguns ignoravam a atividade conversando ou utilizando o celular.

Aos que tentavam resolver e tinham dúvidas, a professora auxiliava nas carteiras e quando a maioria terminou de resolver, a professora fez a correção das alternativas A e B no quadro da mesma forma que na turma do 1ºB, em que escreveu no quadro as seguintes matrizes:

$$A = \begin{bmatrix} 23 & 21 \\ 28 & 36 \end{bmatrix}$$
$$B = \begin{bmatrix} 67 & 89 \\ 122 & 104 \end{bmatrix}$$

Os alunos conversavam, mas conseguiam responder corretamente as perguntas feitas pela professora. Nesse momento de correção, até os que estavam conversando durante o tempo deixado para resolução conseguiram responder as perguntas feitas pela professora, acertando também as respostas dos dois primeiros exercícios.

Então a professora disponibilizou alguns minutos para que tentassem agora resolver a terceira alternativa do exercício. Uma aluna resolveu essa questão a partir da matriz $A + B$ encontrada na resolução da alternativa B, ela somou os elementos da terceira coluna, então a professora comentou que essa forma de resolver estava correta e pediu aos alunos se queriam que a resolução fosse feita dessa maneira ou somando todos os elementos da terceira coluna de A com os elementos da terceira coluna da matriz B . Eles responderam que preferiam a maneira da colega, e assim a professora explicou e escreveu no quadro $40 + 31 + 30 = 101$ que era a forma que a aluna resolveu. Finalizado o primeiro exercício, deixou alguns minutos para que os alunos fizessem a segunda atividade (Figura 22).

Neste momento tocou o sinal para o intervalo e os alunos começaram a sair da sala. O retorno da aula teve um atraso de 15 minutos devido a uma reunião na sala dos professores.

Quando todos os alunos já estavam na sala, a professora retomou a aula fazendo a correção das alternativas A, B, C e D. Os alunos conseguiram responder corretamente as alternativas a), b) e c), e conforme a professora escrevia no quadro as respostas, os alunos auxiliavam ditando as respostas corretas. Para as alternativas a) e b) a professora escreveu no quadro as seguintes matrizes com o auxílio dos alunos:

$$A = \begin{bmatrix} 23 & 21 \\ 28 & 36 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 67 & 89 \\ 122 & 104 \end{bmatrix}$$

Em seguida explicou a letra c) e deu mais alguns minutos para que tentassem responder. Feito isso, resolveu no quadro com o auxílio dos alunos obtendo a matriz a seguir

$$A + B = \begin{bmatrix} 90 & 110 \\ 150 & 140 \end{bmatrix}$$

Como também pedia para fazer a interpretação dos valores da matriz, ela explicou e escreveu no quadro que era “o total de downloads dos dois jogos nos dois dias”. Após isso, disponibilizou mais alguns minutos para a solução da letra d). Depois de algum tempo resolveu escrevendo no quadro a seguinte matriz

$$B - A = \begin{bmatrix} 44 & 68 \\ 94 & 68 \end{bmatrix}$$

Ao terminar a correção, escreveu no quadro a mesma atividade 3 da aula ministrada no 1ºB, dando alguns minutos para registrarem no caderno:

- 4) As tabelas a seguir indicam o número de faltas de três alunos (A, B, C) em cinco disciplinas (português, matemática, biologia, história e física) nos meses de março e abril.

Quadro 4: Falta dos alunos A, B e C no mês de março.

Março					
	P	M	B	H	F
Aluno A	2	1	0	4	2
Aluno B	1	0	2	1	1
Aluno C	5	4	2	2	2

Fonte: Próprios autores.

Quadro 5: Falta dos alunos A, B e C no mês de abril.

Abril					
	P	M	B	H	F
Aluno A	1	2	0	1	3
Aluno B	0	1	1	3	1
Aluno C	3	1	3	2	3

Fonte: Próprios autores.

Qual a matriz formada pelo total de faltas desses alunos, nessas disciplinas nos meses de março e abril?

$$e) \begin{bmatrix} 3 & 3 & 0 & 0 & 5 \\ 4 & 1 & 2 & 4 & 2 \\ 8 & 5 & 5 & 4 & 5 \end{bmatrix}$$

$$f) \begin{bmatrix} 3 & 3 & 2 & 5 & 5 \\ 0 & 1 & 3 & 4 & 2 \\ 8 & 5 & 5 & 4 & 5 \end{bmatrix}$$

$$g) \begin{bmatrix} 3 & 3 & 0 & 5 & 5 \\ 1 & 1 & 3 & 4 & 2 \\ 8 & 5 & 5 & 3 & 5 \end{bmatrix}$$

$$h) \begin{bmatrix} 3 & 3 & 0 & 5 & 5 \\ 1 & 1 & 3 & 4 & 2 \\ 8 & 5 & 5 & 4 & 5 \end{bmatrix}$$

Enquanto os alunos copiavam, a professora ia tirando dúvida dos alunos que iam começando a resolver. A professora aproveitou para dar visto em algumas atividades nos cadernos dos estudantes. Não deu tempo de corrigir o exercício nessa aula.

5. REGÊNCIA

Realizamos as 18 horas/aulas regência em duas turmas de 1º ano do Novo Ensino Médio. Na turma do 1ºA tinham 25 e no 1ºB 23 alunos matriculados. Iniciamos no dia 28 de abril e finalizamos no dia 20 de maio. A seguir estão os planos de aulas preparados e trabalhados durante a execução da regência e os relatórios referentes a cada aula.

Quadro 6: Cronograma das aulas de regência.

Aula	Quinta-feira 28/04	Sexta-feira 06/05	Quinta-feira 12/05	Sexta-feira 13/05	Quinta-feira 19/05	Sexta-feira 20/05
1º	1ºA		1ºA		1ºA	
2º	1ºA		1ºA		1ºA	
3º	1ºB		1ºB		1ºB	
4º	1ºB		1ºB		1ºB	
5º		1ºB		1ºB		1ºB
6º		1ºA		1ºA		1ºA

Fonte: Próprios autores.

Ressaltamos que para as aulas de regência do dia 13 de maio não foram necessários planos de aulas pois não conseguimos trabalhar todo o conteúdo e atividades planejadas no dia 12. Então optamos por finalizar no dia 13 o que havíamos preparado

para a aula anterior.

Plano de aula 1- 1ºA 28/04/2022

Público-alvo: Alunos do 1º ano do ensino médio.

Conteúdo: Multiplicação de matrizes por um número real.

Objetivo geral: Trabalhar a multiplicação de matrizes por um número real

Objetivos específicos: Objetiva-se que o aluno seja capaz de:

- Identificar situações em que pode ser utilizada a multiplicação de matrizes por um número real;
- Conhecer os métodos para realizar a multiplicação de matrizes por um número real;

Recursos didáticos: Jogo de dominó didático, quadro negro, giz e folha de atividades.

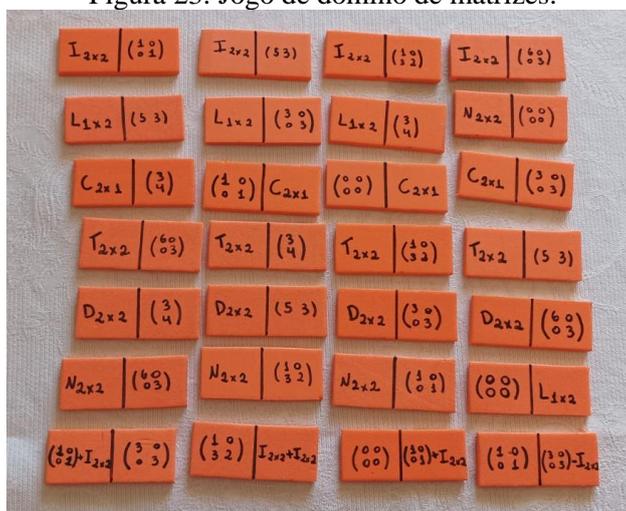
Duração: 2 horas/aula.

Encaminhamento metodológico:

Para iniciar a aula, os professores irão passar um jogo para revisar o conteúdo de matrizes trabalhado até o momento, ou seja, a definição e construção de uma matriz, tipos de matrizes, soma e subtração de matrizes.

O jogo consiste em um jogo de dominó que envolve os tipos de matrizes, ordem de uma matriz e soma e subtração de matrizes conforme Figura 23.

Figura 23: Jogo de dominó de matrizes.



Fonte: Próprios autores.

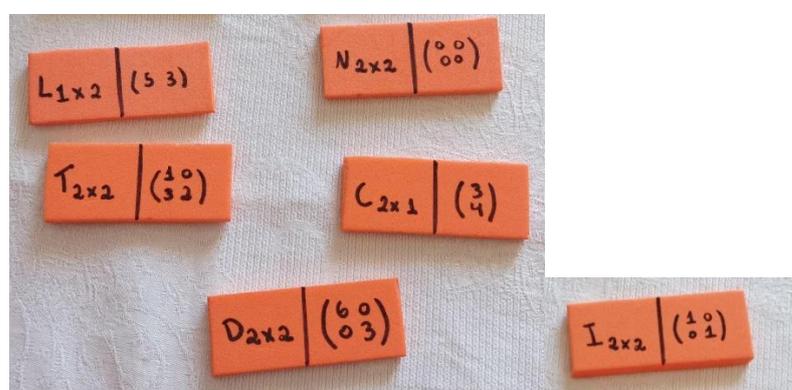
Os tipos de matrizes que o jogo envolve são as matrizes identidade, linha, nula, coluna, triangular e diagonal e são representadas da seguinte forma, respectivamente:

- Identidade: $I_{2 \times 2}$;

- Linha: $L_{1 \times 2}$;
- Nula: $N_{2 \times 2}$;
- Coluna: $C_{2 \times 1}$;
- Triangular: $T_{2 \times 2}$;
- Diagonal: $D_{2 \times 2}$;

Para jogar, a turma será dividida em grupos de quatro pessoas. Cada jogador deverá pegar cinco peças do dominó e iniciará aquele que tiver a peça com os dois lados com a mesma característica da matriz, ou seja, uma das peças da Figura 24:

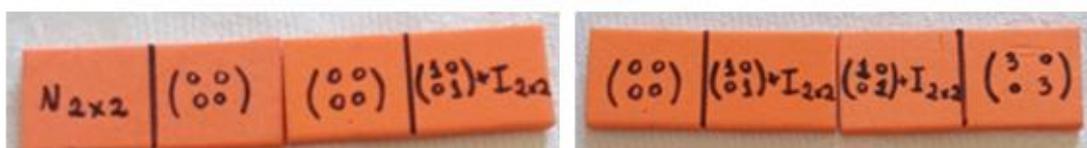
Figura 24: Peças com características das matrizes iguais nos dois lados.



Fonte: Próprios autores.

Caso ninguém tenha uma dessas peças, o grupo poderá entrar em consenso sobre quem iniciará o jogo com qualquer uma das demais peças. Para dar continuidade ao jogo, as peças deverão ser encaixadas de acordo com o tipo da matriz que está sendo representada na peça que está na mesa conforme exemplos demonstrados na Figura 25.

Figura 25: Exemplos de como encaixar as peças do dominó.



Fonte: Próprios autores.

Caso o jogador da vez não tenha nenhuma peça que se encaixa nas que estão na mesa, ele deverá pegar uma das peças que nenhum dos jogadores pegaram até encontrar uma que se encaixe. Se essas peças terminarem sem ele encontrar uma que se encaixe, a vez passará para o próximo jogador. Vencerá o primeiro jogador que conseguir encaixar todas as suas peças.

Será entregue para cada grupo uma folha (APÊNDICE I) com as instruções e um resumo sobre o conteúdo abordado no jogo e uma folha em branco para que eles possam realizar as operações contidas em algumas das peças para auxiliá-los durante a realização da atividade.

Após essa dinâmica, serão tiradas eventuais dúvidas sobre o conteúdo ou sobre a atividade e será entregue um prêmio aos vencedores.

Em seguida, os professores irão dar continuidade ao conteúdo, introduzindo multiplicação de matriz por um número real. Para isso, será entregue outra folha (APÊNDICE I) com o seguinte problema:

1. Uma livraria fez uma doação para as bibliotecas das escolas Cecília Meireles e Raquel de Queiroz. Os títulos foram selecionados de acordo com a faixa etária, visando atender a estudantes dos anos iniciais do Ensino Fundamental (EF I), dos anos finais do Ensino Fundamental (EF II) e do Ensino Médio (EM). Nessa doação, os exemplares eram livros de autores internacionais (AI) e livros de autores brasileiros (AB). A relação de livros doados está descrita no Quadro 1.

Quadro 7: Livros doados para a escola Cecília Meireles.

	EF I	EF II	EM
AI	36	45	75
AB	60	72	120

Quadro 8: Livros doados para a escola Raquel de Queiroz.

	EF I	EF II	EM
AI	24	60	54
AB	52	98	100

Ao ser entregue a folha, serão realizados os seguintes questionamentos:

a) Qual escola recebeu mais livros?

R: A escola Cecília Meireles, com um total de 408 livros.

b) Considerando as duas escolas, quantos livros foram doados para o ensino fundamental I e II?

R: Ao todo foram doados 447 livros para o ensino fundamental I e II.

c) Qual é a diferença entre o número total de livros doados para a escola Cecília Meireles e a escola Raquel de Queiroz?

R: A diferença é de 20 livros.

Após os questionamentos, será levantada a seguinte situação que está descrita na folha entregue:

Suponha que em parceria com a livraria que fez a doação dos livros para as bibliotecas, uma gráfica doou cadernos para as mesmas escolas. Para cada exemplar de livro doado, essa gráfica doou dois cadernos.

a) Quantos cadernos foram doados ao ensino fundamental I da escola Cecília Meireles considerando apenas os livros doados de autores internacionais?

R: Foram doados $36 \cdot 2 = 72$ cadernos para o ensino fundamental I da escola Cecília Meireles.

b) E para o ensino médio da escola Raquel de Queiroz, quantos livros foram doados considerando apenas os livros doados de autores brasileiros?

R: Foram doados $100 \cdot 2 = 200$ cadernos para o ensino médio da escola Raquel de Queiroz.

c) Como você faria para descobrir quantos cadernos essa gráfica doou para as duas escolas juntas?

R: Basta somarmos a quantidade de livros doados nas duas escolas e em seguida multiplicar a quantidade de livros em cada modalidade de ensino e em cada tipo de autor por dois, uma vez que a gráfica se dispôs doar o dobro de livros, ou seja,

Somando-se a quantidade de livros nas duas escolas:

	EF I	EF II	EM
AI	$36 + 24$	$45 + 60$	$75 + 54$
AB	$60 + 52$	$72 + 98$	$120 + 100$

Multiplicando-se a quantidade de livros por 2

	EF I	EF II	EM
AI	$60 \cdot 2$	$105 \cdot 2$	$129 \cdot 2$
AB	$112 \cdot 2$	$170 \cdot 2$	$220 \cdot 2$

	EF I	EF II	EM
AI	120	210	258
AB	224	340	440

Após os questionamentos, será formalizado no quadro juntamente com os alunos a definição de multiplicação de uma matriz por um número real.

Dada a matriz $A = (a_{ij})_{m \times n}$ e um número real k , o produto de k por A , indicado por $k \cdot A$ é a matriz $B = (b_{ij})_{m \times n}$, em que $b_{ij} = k \cdot a_{ij}$, para todo $i \in \{1, 2, 3, \dots, m\}$ e todo $j \in \{1, 2, 3, \dots, n\}$

Multiplicando-se uma matriz A por um número real, basta multiplicar o número real por todos os elementos da matriz A , em que o resultado será outra matriz de mesma ordem que A .

Exemplos:

2. Na situação problema dada anteriormente, tínhamos que o número de cadernos doados pela gráfica seria o dobro da quantidade de livros doados para cada escola, logo, podemos representar essa quantidade da seguinte maneira:

$$2 \cdot \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & \text{EF I} & \text{EF II} & \text{EM} \\ \hline \text{AI} & 60 & 105 & 129 \\ \hline \text{AB} & 112 & 170 & 220 \\ \hline \end{array}$$

Porém, podemos representar matricialmente a quantidade de livros doadas pela livraria:

$$\text{Total de cadernos doados: } 2 \cdot \begin{pmatrix} 60 & 105 & 129 \\ 112 & 170 & 220 \end{pmatrix}$$

Multiplicando-se a matriz por 2:

$$\begin{pmatrix} 120 & 210 & 258 \\ 224 & 340 & 440 \end{pmatrix}$$

Assim, obtemos o número de cadernos doados pela gráfica.

3. Multiplicando-se a matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 6 & 8 \end{pmatrix}$ por $\frac{1}{2}$:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \cdot A &= \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 6 & 8 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \cdot 2 & \frac{1}{2} \cdot 4 \\ \frac{1}{2} \cdot 6 & \frac{1}{2} \cdot 8 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

4. Multiplicando-se a matriz $B = \begin{pmatrix} 1 & -5 & \frac{1}{2} \\ 2 & -3 & 4 \end{pmatrix}$ por -2 :

$$\begin{aligned}
-2 \cdot B &= -2 \begin{pmatrix} 1 & -5 & \frac{1}{2} \\ 2 & -3 & 4 \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} (-2) \cdot 1 & (-2) \cdot (-5) & (-2) \cdot \frac{1}{2} \\ (-2) \cdot 2 & (-2) \cdot (-3) & (-2) \cdot 4 \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} -2 & 10 & -1 \\ -4 & 6 & -8 \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

Após passar a definição e os exemplos no quadro, será entregue uma folha (APÊNDICE I) com os seguintes exercícios:

Exercícios:

5. Na prateleira de um supermercado, há três marcas de leite em caixinha cuja capacidade é 1 l. No quadro abaixo é possível identificar o preço (R\$) de cada caixinha, e a quantidade (mg) de sódio e cálcio contidos em 1 l de leite de cada uma dessas marcas, respectivamente.

Quadro 9: Preço (R\$), quantidade (mg) de sódio e cálcio contidos em 1 l de leite de cada uma das marcas.

	Preço (R\$)	Sódio (mg)	Cálcio (mg)
Leite Bom	2,79	685	1050
Milk Good	3,39	650	1025
Cow Milk	3,34	640	1090

Fonte: Próprios autores.

Qual será o preço, a quantidade de cálcio e a quantidade de sódio para cinco caixas de leite de cada marca?

R: Representando os dados do quadro em forma de matriz:

$$\begin{pmatrix} 2,79 & 685 & 1050 \\ 3,39 & 650 & 1025 \\ 3,34 & 640 & 1090 \end{pmatrix}$$

O exercício pede o preço, a quantidade de cálcio e a quantidade de sódio para cinco caixas de leite de cada marca, logo, basta multiplicar a matriz obtida por 5:

$$\begin{aligned}
&5 \cdot \begin{pmatrix} 2,79 & 685 & 1050 \\ 3,39 & 650 & 1025 \\ 3,34 & 640 & 1090 \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} 5 \cdot 2,79 & 5 \cdot 685 & 5 \cdot 1050 \\ 5 \cdot 3,39 & 5 \cdot 650 & 5 \cdot 1025 \\ 5 \cdot 3,34 & 5 \cdot 640 & 5 \cdot 1090 \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

$$= \begin{pmatrix} 13,95 & 3425 & 5250 \\ 16,95 & 3250 & 5125 \\ 16,70 & 3200 & 5450 \end{pmatrix}$$

6. Calcule o triplo da matriz abaixo:

$$\begin{pmatrix} -3 & \frac{1}{2} \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$$

R:

$$3 \cdot \begin{pmatrix} -3 & \frac{1}{2} \\ 2 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \cdot (-3) & 3 \cdot \frac{1}{2} \\ 3 \cdot 2 & 3 \cdot (-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9 & \frac{3}{2} \\ 6 & -3 \end{pmatrix}$$

7. Joãozinho é conhecido por pregar peças nos colegas de turma. Certo dia, Joãozinho disse à sua colega que a seguinte igualdade estaria correta.

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \cdot 3 = 3 \cdot \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$

Levando em consideração a multiplicação de matrizes por um número real, a colega de Joãozinho deve acreditar nele ou é apenas mais uma de suas peças? Justifique sua resposta apresentando os cálculos.

R: Podemos realizar os cálculos para saber se a igualdade é verdadeira ou não. Vamos começar com o lado esquerdo da igualdade

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \cdot 3 = \begin{pmatrix} 0 \cdot 3 & (-1) \cdot 3 \\ 2 \cdot 3 & 3 \cdot 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ 6 & 9 \end{pmatrix}$$

Agora o lado direito da igualdade

$$3 \cdot \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \cdot 0 & 3 \cdot (-1) \\ 3 \cdot 2 & 3 \cdot 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ 6 & 9 \end{pmatrix}$$

Concluimos que os dois lados da igualdade são iguais, logo a igualdade é verdadeira, portanto, a colega de Joãozinho pode acreditar nele.

Referências:

BONJORNO, J. R.; JÚNIOR, J. R. G; SOUZA, P. R. C. **Prisma matemática**: Sistemas, matemática financeira e grandezas. São Paulo: FTD, 2020.

PARANÁ. Secretaria da Educação. Matemática: Multiplicação de um número real por uma matriz. Apresentação do Power Point. Disponível em: https://professor.escoladigital.pr.gov.br/rco_mais_aulas. Acesso em: 09 ago. 2022.

SILVA, M. V.; EVANGELISTA, C. J.; EVANGELISTA, D. H. R. Atividade lúdica no ensino de matrizes: um relato de experiência no estágio supervisionado. *In*: JORNADA NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 7., 2020, Passo Fundo. **Anais [...]**. Passo Fundo: UPF, 2020.

APÊNDICE I

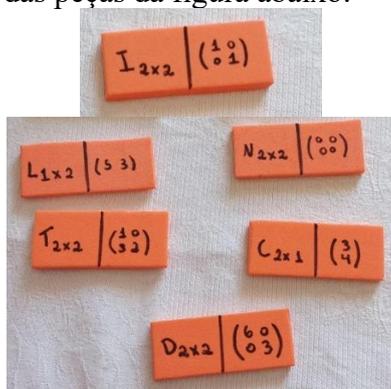
INSTRUÇÕES DO JOGO

O jogo consiste em um dominó que envolve os tipos de matrizes, ordem de uma matriz e soma e subtração de matrizes.

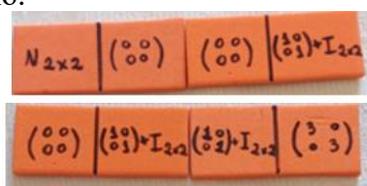
Os tipos de matrizes que o jogo envolve são as matrizes identidade, linha, nula, coluna, triangular e diagonal e são representadas da seguinte forma, respectivamente:

- Identidade: $I_{2 \times 2}$;
- Linha: $L_{1 \times 2}$;
- Nula: $N_{2 \times 2}$;
- Coluna: $C_{2 \times 1}$;
- Triangular: $T_{2 \times 2}$;
- Diagonal: $D_{2 \times 2}$;

Cada jogador deverá pegar cinco peças do dominó e iniciará aquele que tiver a peça com os dois lados com a mesma característica da matriz, ou seja, uma das peças da figura abaixo:



Caso ninguém tenha uma dessas peças, o grupo poderá entrar em consenso sobre quem iniciará o jogo com qualquer uma das demais peças. Para dar continuidade ao jogo, as peças deverão ser encaixadas de acordo com o tipo da matriz que está sendo representada na peça que está na mesa conforme exemplos demonstrados na figura abaixo.



1. Uma livraria fez uma doação para as bibliotecas das escolas Cecília Meireles e Raquel de Queiroz. Os títulos foram selecionados de acordo com a faixa etária, visando atender a estudantes dos anos iniciais do Ensino Fundamental (EF I), dos anos finais do Ensino Fundamental (EF II) e do Ensino Médio (EM). Nessa doação, os exemplares eram livros de autores internacionais (AI) e livros de autores brasileiros (AB). A relação de livros doados está descrita no Quadro 1.

Quadro 1: Livros doados para a escola Cecília Meireles.

	EF I	EF II	EM
AI	36	45	75
AB	60	72	120

Quadro 2: Livros doados para a escola Raquel de Queiroz.

	EF I	EF II	EM
AI	24	60	54
AB	52	98	100

Suponha que em parceria com a livraria que fez a doação dos livros para as bibliotecas, uma gráfica doou cadernos para as mesmas escolas. Para cada exemplar de livro doado, essa gráfica doou dois cadernos.

a) Quantos cadernos foram doados ao ensino fundamental I da escola Cecília Meireles considerando apenas os livros doados de autores internacionais?

b) E para o ensino médio da escola Raquel de Queiroz, quantos livros foram doados considerando apenas os livros doados de autores brasileiros?

c) Como você faria para descobrir quantos cadernos essa gráfica doou para as duas escolas juntas?

EXERCÍCIOS

1. Na prateleira de um supermercado, há três marcas de leite em caixinha cuja capacidade é 1 l. No quadro abaixo é possível identificar o preço (R\$) de cada caixinha, e a quantidade (mg) de sódio e cálcio contidos em de 1 l de leite de cada uma dessas marcas, respectivamente.

Quadro 1: Preço, (R\$), quantidade (mg) de sódio e cálcio contidos em de 1 l de leite de cada uma das marcas.

	Preço (R\$)	Sódio (mg)	Cálcio (mg)
Leite Bom	2,79	685	1050
Milk Good	3,39	650	1025
Cow Milk	3,34	640	1090

Qual será o preço, a quantidade de cálcio e a quantidade de sódio para cinco caixas de leite de cada marca?

2. Calcule o triplo da matriz abaixo:

$$\begin{pmatrix} -3 & \frac{1}{2} \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$$

3. Joãozinho é conhecido por pregar peças nos colegas de turma. Certo dia, Joãozinho disse à sua colega que a seguinte igualdade estaria correta.

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \cdot 3 = 3 \cdot \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$

Levando em consideração a multiplicação de matrizes por um número real, a colega de Joãozinho deve acreditar nele ou é apenas mais uma de suas peças? Explique.

EXERCÍCIOS

1. Na prateleira de um supermercado, há três marcas de leite em caixinha cuja capacidade é 1 l. No quadro abaixo é possível identificar o preço (R\$) de cada caixinha, e a quantidade (mg) de sódio e cálcio contidos em de 1 l de leite de cada uma dessas marcas, respectivamente.

Quadro 1: Preço, (R\$), quantidade (mg) de sódio e cálcio contidos em de 1 l de leite de cada uma das marcas.

	Preço (R\$)	Sódio (mg)	Cálcio (mg)
Leite Bom	2,79	685	1050
Milk Good	3,39	650	1025
Cow Milk	3,34	640	1090

Qual será o preço, a quantidade de cálcio e a quantidade de sódio para cinco caixas de leite de cada marca?

2. Calcule o triplo da matriz abaixo:

$$\begin{pmatrix} -3 & \frac{1}{2} \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$$

3. Joãozinho é conhecido por pregar peças nos colegas de turma. Certo dia, Joãozinho disse à sua colega que a seguinte igualdade estaria correta.

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \cdot 3 = 3 \cdot \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$

Levando em consideração a multiplicação de matrizes por um número real, a colega de Joãozinho deve acreditar nele ou é apenas mais uma de suas peças? Explique.

Relatório 1- 1ºA- 28/04/2022

No dia 28 de abril realizamos a regência na turma do 1º ano A de duas aulas geminadas, com início às 07:10 e término às 08:50. Estavam presentes na aula 18 alunos.

Começamos a aula nos apresentando e comentamos que estaríamos na regência da turma durante três semanas trabalhando os conteúdos de multiplicação de matrizes por um número real e produto de matrizes. Então solicitamos que se dividissem em grupos de quatro a cinco pessoas para realizar uma dinâmica. Ao todo, formaram três grupos de quatro pessoas e um grupo com cinco. Uma das alunas não quis participar da dinâmica e ficou em seu lugar dormindo durante toda a atividade.

A dinâmica consistia em um jogo de dominó que envolvia os tipos de matrizes, ordem de uma matriz e as operações de soma e subtração de matrizes. Distribuímos as peças e as instruções impressas do jogo para cada aluno. Foi feita a leitura das instruções com a turma e após isso iniciaram o jogo. Enquanto jogavam, passávamos entre os grupos auxiliando. Inicialmente, a turma não se demonstrou muito animada com o jogo, mas ao se juntarem em grupos, a maioria dos alunos demonstrou interesse.

No início do jogo, os alunos não recordavam as características e operações com matrizes. Porém, recordamos que o conteúdo estava no caderno e que eles poderiam consultar. Alguns grupos demonstraram dúvidas mesmo com a consulta no caderno e auxiliamos nessas situações. No decorrer da atividade os alunos demonstraram lembrar o conteúdo e se interessar pela dinâmica como esperávamos.

Finalizado o jogo, distribuímos uma nova folha impressa com um problema para poder introduzir o conteúdo de multiplicação de matrizes por um número real. Comentamos que poderiam continuar em grupos e três grupos se mantiveram enquanto o grupo com cinco pessoas se desfez.

O problema impresso na folha dizia que as escolas Cecília Meireles e Raquel de Queiroz receberam doações de livros, foram doados livros de autores brasileiros e de autores internacionais para cada faixa etária dos anos iniciais do ensino fundamental, dos anos finais do ensino fundamental e do ensino médio e em parceria com uma gráfica para cada livro doado receberam dois cadernos. Havia duas tabelas com as informações de livros doados para cada escola, em cada tabela havia uma linha para cada tipo de autor e uma coluna para cada modalidade de ensino. Para ajudar na interpretação realizamos alguns questionamentos, por exemplo, “qual escola recebeu mais livros? E no total quantos livros foram doados para as duas escolas no ensino fundamental I e II?”. Durante

as explicações houve conversas paralelas e foi necessário pedir por silêncio inúmeras vezes. Apesar das conversas, os alunos responderam corretamente as duas perguntas.

Após os questionamentos realizamos as perguntas do problema: “Quantos cadernos foram doados ao ensino fundamental I da escola Cecília Meireles considerando apenas os livros doados de autores internacionais?”, “E para o ensino médio da escola Raquel de Queiroz, quantos livros foram doados considerando apenas os livros doados de autores brasileiros?”, “Como você faria para descobrir quantos cadernos essa gráfica doou para as duas escolas juntas?”.

Os alunos perceberam que para responder a primeira e segunda pergunta bastava multiplicar a quantidade de livros doados por dois, já que para cada livro foi doado dois cadernos, e responderam corretamente as duas. Para a terceira pergunta um dos alunos respondeu 1592, ele somou as duas tabelas e depois multiplicou cada entrada por dois, então somou todos os valores obtendo o 1592. Esta resposta estava correta, mas nosso objetivo era saber quantos cadernos foram doados em cada grau de ensino e considerando os dois tipos de autores. Como não inserimos essa pergunta no problema, os alunos não realizaram a soma da quantidade de livros e a multiplicação por dois da tabela resultante, logo, tivemos que explicar que o que eles fizeram estava correto e que caso quiséssemos saber a quantidade de cadernos doados separadamente era necessário calcular as operações com as matrizes. Desse modo, resolvemos a questão no quadro e muitos alunos comentaram que não precisava dificultar algo que era de fácil resolução

Terminando a resolução do problema explicamos que havíamos feito foi a multiplicação de uma matriz pelo número dois, para visualização dos alunos, escrevemos uma matriz na qual seus elementos eram as quantidades de livros doados para as duas escolas juntas e depois multiplicamos cada elemento por dois para então formalizarmos o conteúdo escrevendo no quadro a definição de multiplicação de matriz por número real. Durante a cópia do conteúdo, alguns alunos começaram a conversar e foi necessário chamar a atenção para a turma se acalmar. Foi deixado cerca de cinco minutos para a cópia e então foi explicada a definição. Alguns alunos comentaram que não entenderam, mas que sabiam o que foi explicado, então resolvemos no quadro um exemplo para que copiassem em seus cadernos. Este exemplo não estava preparado em nossas aulas:

$$2 \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$$

Como estava no fim da aula, não tivemos tempo de trabalhar o restante dos exemplos planejados e a lista de exercícios preparada. A lista de exercícios deixamos

como tarefa de casa e comentamos que iríamos corrigir na próxima aula.

Plano de aula 1- 1ºB 28/04/2022

Público-alvo: Alunos do 1º ano do ensino médio.

Conteúdo: Multiplicação de matrizes por um número real.

Objetivo geral: Trabalhar a multiplicação de matrizes por um número real

Objetivos específicos: Objetiva-se que o aluno seja capaz de:

- Identificar situações em que pode ser utilizada a multiplicação de matrizes por um número real;
- Conhecer os métodos para realizar a multiplicação de matrizes por um número real;

Recursos didáticos: Jogo de dominó didático, quadro negro, giz.

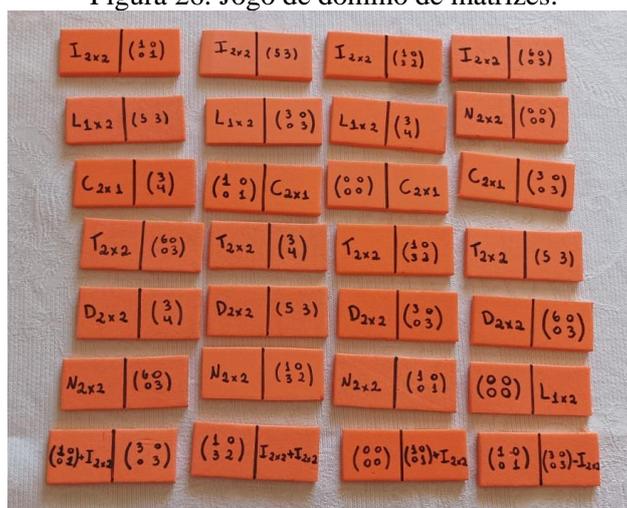
Duração: 2 horas/aula.

Encaminhamento metodológico:

Para iniciar a aula, os professores irão passar um jogo para revisar o conteúdo de matrizes trabalhado até o momento, ou seja, a definição e construção de uma matriz, tipos de matrizes, soma e subtração de matrizes.

O jogo consiste em um jogo de dominó que envolve os tipos de matrizes, ordem de uma matriz e soma e subtração de matrizes conforme Figura 26.

Figura 26: Jogo de dominó de matrizes.



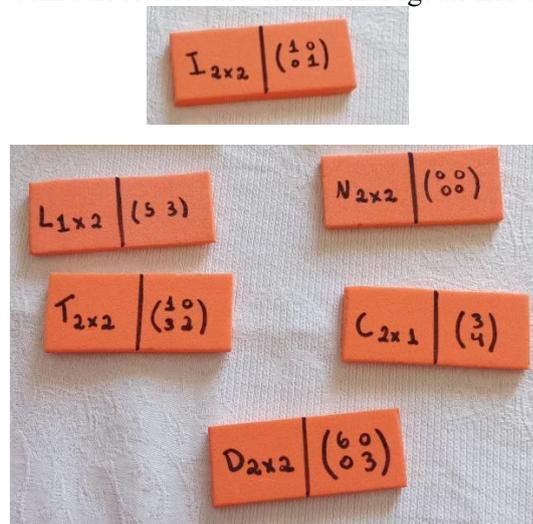
Fonte: Próprios autores.

Os tipos de matrizes que o jogo envolve são as matrizes identidade, linha, nula, coluna, triangular e diagonal e são representadas da seguinte forma, respectivamente:

- Identidade: $I_{2 \times 2}$;
- Linha: $L_{1 \times 2}$;
- Nula: $N_{2 \times 2}$;
- Coluna: $C_{2 \times 1}$;
- Triangular: $T_{2 \times 2}$;
- Diagonal: $D_{2 \times 2}$;

Para jogar, a turma será dividida em grupos de quatro pessoas. Cada jogador deverá pegar cinco peças do dominó e iniciará aquele que tiver a peça com os dois lados com a mesma característica da matriz, ou seja, uma das peças da Figura 27:

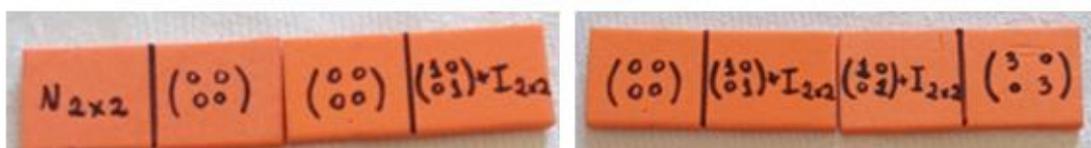
Figura 27: Peças com características das matrizes iguais nos dois lados.



Fonte: Próprios autores.

Caso ninguém tenha uma dessas peças, o grupo poderá entrar em consenso sobre quem iniciará o jogo com qualquer uma das demais peças. Para dar continuidade ao jogo, as peças deverão ser encaixadas de acordo com o tipo da matriz que está sendo representada na peça que está na mesa conforme exemplos demonstrados na Figura 28.

Figura 28: Exemplos de como encaixar as peças do dominó.



Fonte: Próprios autores.

Caso o jogador da vez não tenha nenhuma peça que se encaixa nas que estão na mesa, ele deverá pegar uma das peças que nenhum dos jogadores pegaram até encontrar

uma que se encaixe. Se essas peças terminarem sem ele encontrar uma que se encaixe, a vez passará para o próximo jogador. Vencerá o primeiro jogador que conseguir encaixar todas as suas peças.

Será entregue para cada grupo uma folha com as instruções e um resumo sobre o conteúdo abordado no jogo e uma folha em branco para que eles possam realizar as operações contidas em algumas das peças para auxiliá-los durante a realização da atividade.

Após essa dinâmica, serão tiradas eventuais dúvidas sobre o conteúdo ou sobre a atividade e será entregue um prêmio aos vencedores.

Em seguida, os professores irão dar continuidade ao conteúdo, introduzindo multiplicação de matriz por um número real. Para isso, será entregue uma folha com o seguinte problema:

8. Uma loja de eletrônicos trabalha com três modelos de celulares, sendo eles Chiomi, Elege e Aifone. Cada modelo de celular possui as versões 4G e 5G, em que cada versão possui um preço correspondente. O Quadro 1 apresenta o preço inicial dos celulares antes da pandemia chegar ao Brasil.

Quadro 10: Preço inicial dos modelos e versões dos celulares.

	Chiomi	Elege	Aifone
4G	R\$ 1500	R\$ 1400	R\$ 3500
5G	R\$ 1800	R\$ 1600	R\$ 4000

Fonte: Próprios autores.

a) Qual a diferença de preço entre as versões 4G e 5G do modelo Chiomi?

R: A diferença é de $1800 - 1500 = 300$ reais.

b) Sabendo-se que durante uma semana houve uma promoção nessa loja, e todos os celulares, independentemente da versão, teriam R\$ 100,00 de desconto, qual será o preço promocional de cada celular em cada uma de suas versões?

R: O preço promocional será:

Quadro 11: Preço promocional de cada celular.

	Chiomi	Elege	Aifone
4G	R\$ 1400	R\$ 1300	R\$ 3400

5G	R\$ 1700	R\$ 1500	R\$ 3900
-----------	----------	----------	----------

Fonte: Próprios autores.

- c) Após o início da pandemia, essa loja necessitou aumentar em 5% o preço inicial dos celulares devido à falta de fornecimento de matéria prima. Qual é o valor correspondente a 5% do preço inicial de cada celular com suas respectivas versões?

R: Calculando o valor correspondente a 5% de cada celular e versão:

Quadro 12: Valor correspondente a 5% do preço inicial dos celulares.

	Chiomi	Elege	Aifone
4G	$R\$ 1500 \cdot 0,05 = 75$	$R\$ 1400 \cdot 0,05 = 70$	$R\$ 3500 \cdot 0,05 = 175$
5G	$R\$ 1800 \cdot 0,05 = 90$	$R\$ 1600 \cdot 0,05 = 80$	$R\$ 4000 \cdot 0,05 = 200$

Fonte: Próprios autores.

- d) Quanto passou a custar esses três modelos celulares com suas duas versões depois desse aumento?

R: O novo preço será:

Agora, somamos o valor correspondente a 5% ao preço inicial:

	Chiomi	Elege	Aifone
4G	$R\$ 1500 + 75 = 1575$	$R\$ 1400 + 70 = 1470$	$R\$ 3500 + 175 = 3675$
5G	$R\$ 1800 + 90 = 1890$	$R\$ 1600 + 80 = 1680$	$R\$ 4000 + 200 = 4200$

Após os questionamentos, será formalizado juntamente com os alunos a definição de multiplicação de uma matriz por um número real.

Dada a matriz $A = (a_{ij})_{m \times n}$ e um número real k , o produto de k por A , indicado por $k \cdot A$ é a matriz $B = (b_{ij})_{m \times n}$, em que $b_{ij} = k \cdot a_{ij}$, para todo $i \in \{1, 2, 3, \dots, m\}$ e todo $j \in \{1, 2, 3, \dots, n\}$

Ou seja, multiplicando-se uma matriz A por um número real, basta multiplicar o número real por todos os elementos da matriz A , em que o resultado será outra matriz de mesma ordem que A .

Exemplos:

9. Na situação problema dada anteriormente, tínhamos que houve um aumento de 5% do preço inicial dos celulares devido à falta de fornecimento de matéria prima. Para calcular o valor correspondente ao aumento de 5% do preço de cada modelo e versão de celular, podemos representar da seguinte forma:

Sabendo-se que 5% corresponde a 0,05, teremos:

	Chiomi	Elege	Aifone
0,05 ·	R\$ 1500	R\$ 1400	R\$ 3500
	R\$ 1800	R\$ 1600	R\$ 4000

Porém, podemos representar matricialmente o preço inicial dos celulares:

$$\text{Total de cadernos doados: } 0,05 \cdot \begin{pmatrix} 1500 & 1400 & 3500 \\ 1800 & 1600 & 4000 \end{pmatrix}$$

Multiplicando-se a matriz por 0,05:

$$\begin{pmatrix} 75 & 70 & 175 \\ 90 & 80 & 200 \end{pmatrix}$$

Assim, obtemos o valor correspondente a 5% do preço inicial dos celulares.

Multiplicando-se a matriz $A = \begin{pmatrix} 10 & 3 \\ 5 & 75 \end{pmatrix}$ por $\frac{1}{5}$:

$$\begin{aligned} \frac{1}{5} \cdot A &= \frac{1}{5} \cdot \begin{pmatrix} 10 & 3 \\ 5 & 75 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \frac{1}{5} \cdot 10 & \frac{1}{5} \cdot 3 \\ \frac{1}{5} \cdot 5 & \frac{1}{5} \cdot 75 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 2 & \frac{3}{5} \\ 1 & 15 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Multiplicando-se a matriz $B = \begin{pmatrix} 3 & -5 & \frac{1}{3} \\ -1 & -2 & 4 \end{pmatrix}$ por -3 :

$$\begin{aligned} -3 \cdot B &= -3 \begin{pmatrix} 3 & -5 & \frac{1}{3} \\ -1 & -2 & 4 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} (-3) \cdot 3 & (-3) \cdot (-5) & (-3) \cdot \frac{1}{3} \\ (-3) \cdot (-1) & (-3) \cdot (-2) & (-3) \cdot 4 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} -9 & 15 & -1 \\ 3 & 6 & -12 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Após passar a definição e os exemplos no quadro, serão propostos os seguintes exercícios que estão no APÊNDICE I:

Exercícios:

10. Uma livraria fez uma doação para as bibliotecas das escolas Cecília Meireles e Raquel de Queiroz. Os títulos foram selecionados de acordo com a faixa etária, visando atender a estudantes dos anos iniciais do Ensino Fundamental (EF I), dos anos finais do Ensino Fundamental (EF II) e do Ensino Médio (EM). Nessa doação, os exemplares eram livros de autores internacionais (AI) e livros de autores brasileiros (AB). A relação de livros doados está descrita no Quadro 13 e no Quadro 14.

Quadro 13: Livros doados para a escola Cecília Meireles.

	EF I	EF II	EM
AI	36	45	75
AB	60	72	120

Quadro 14: Livros doados para a escola Raquel de Queiroz.

	EF I	EF II	EM
AI	24	60	54
AB	52	98	100

Suponha que em parceria com a livraria que fez a doação dos livros para as bibliotecas, uma gráfica doou cadernos para as mesmas escolas. Para cada exemplar de livro doado, essa gráfica doou dois cadernos.

d) Quantos cadernos foram doados ao ensino fundamental I da escola Cecília Meireles considerando apenas os livros doados de autores internacionais?

R: Foram doados $36 \cdot 2 = 72$ cadernos para o ensino fundamental I da escola Cecília Meireles.

e) E para o ensino médio da escola Raquel de Queiroz, quantos livros foram doados considerando apenas os livros doados de autores brasileiros?

R: Foram doados $100 \cdot 2 = 200$ cadernos para o ensino médio da escola Raquel de Queiroz.

f) Quantos cadernos essa gráfica doou para as duas escolas juntas?

R: Basta somarmos a quantidade de livros doados nas duas escolas e em seguida multiplicar a quantidade de livros em cada modalidade de ensino e em cada tipo de autor por dois, uma vez que a gráfica se dispôs doar o dobro de livros, ou seja,

Somando-se a quantidade de livros nas duas escolas:

	EF I	EF II	EM
AI	36 + 24	45 + 60	75 + 54
AB	60 + 52	72 + 98	120 + 100

Multiplicando-se a quantidade de livros por 2

	EF I	EF II	EM
AI	60 · 2	105 · 2	129 · 2
AB	112 · 2	170 · 2	220 · 2

	EF I	EF II	EM
AI	120	210	258
AB	224	340	440

11. Joãozinho é conhecido por pregar peças nos colegas de turma. Certo dia, Joãozinho disse à sua colega que a seguinte igualdade estaria correta. (Milena)

$$\left(\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & 7 \\ 2 & -5 \end{pmatrix} \right) \cdot 2 = \left(\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} \cdot 2 \right) + \left(\begin{pmatrix} 4 & 7 \\ 2 & -5 \end{pmatrix} \cdot 2 \right)$$

Levando em consideração a multiplicação de matrizes por um número real, a colega de Joãozinho deve acreditar nele ou é apenas mais uma de suas peças? Justifique sua resposta apresentando os cálculos.

R: Primeiro vamos fazer as operações do lado esquerdo da igualdade:

$$\begin{aligned} & \left(\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & 7 \\ 2 & -5 \end{pmatrix} \right) \cdot 2 = \\ & \begin{pmatrix} 3 + 4 & -1 + 7 \\ 2 + 2 & 5 + (-5) \end{pmatrix} \cdot 2 = \\ & \begin{pmatrix} 7 & 6 \\ 4 & 0 \end{pmatrix} \cdot 2 = \\ & \begin{pmatrix} 7 \cdot 2 & 6 \cdot 2 \\ 4 \cdot 2 & 0 \cdot 2 \end{pmatrix} = \\ & \begin{pmatrix} 14 & 12 \\ 8 & 0 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Agora vamos fazer as operações do lado direito da igualdade:

$$\left(\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} \cdot 2 \right) + \left(\begin{pmatrix} 4 & 7 \\ 2 & -5 \end{pmatrix} \cdot 2 \right) =$$

$$\begin{pmatrix} 6 & -2 \\ 4 & 10 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 8 & 14 \\ 4 & -10 \end{pmatrix} =$$
$$\begin{pmatrix} 14 & 12 \\ 8 & 0 \end{pmatrix}$$

Como chegamos na mesma matriz de ambos os lados da igualdade, então Joãozinho não estava pregando uma peça, a igualdade é válida.

Referências:

BONJORNO, J. R.; JÚNIOR, J. R. G; SOUZA, P. R. C. **Prisma matemática:** Sistemas, matemática financeira e grandezas. São Paulo: FTD, 2020.

SILVA, M. V.; EVANGELISTA, C. J.; EVANGELISTA, D. H. R. Atividade lúdica no ensino de matrizes: um relato de experiência no estágio supervisionado. *In: JORNADA NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA*, 7., 2020, Passo Fundo. **Anais [...]**. Passo Fundo: UPF, 2020.

APÊNDICE

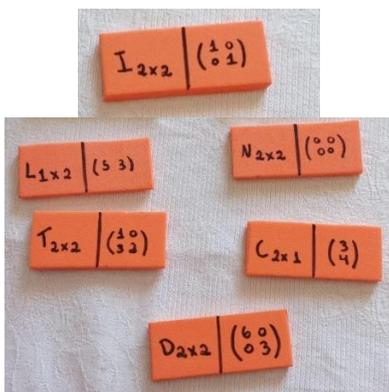
INSTRUÇÕES DO JOGO

O jogo consiste em um dominó que envolve os tipos de matrizes, ordem de uma matriz e soma e subtração de matrizes.

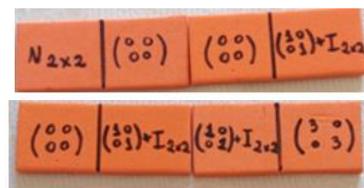
Os tipos de matrizes que o jogo envolve são as matrizes identidade, linha, nula, coluna, triangular e diagonal e são representadas da seguinte forma, respectivamente:

Cada jogador deverá pegar cinco peças do dominó e iniciará aquele que tiver a peça com os dois lados com a mesma característica da matriz, ou seja, uma das peças da figura abaixo:

- Identidade: $I_{2 \times 2}$;
- Linha: $L_{1 \times 2}$;
- Nula: $N_{2 \times 2}$;
- Coluna: $C_{2 \times 1}$;
- Triangular: $T_{2 \times 2}$;
- Diagonal: $D_{2 \times 2}$;



Caso ninguém tenha uma dessas peças, o grupo poderá entrar em consenso sobre quem iniciará o jogo com qualquer uma das demais peças. Para dar continuidade ao jogo, as peças deverão ser encaixadas de acordo com o tipo da matriz que está sendo representada na peça que está na mesa conforme exemplos demonstrados na figura abaixo.



1. Uma loja de eletrônicos trabalha com três modelos de celulares, sendo eles Chiomi, Elege e Aifone. Cada modelo de celular possui as versões 4G e 5G, em que cada versão possui um preço correspondente. O Quadro 1 apresenta o preço inicial dos celulares antes da pandemia chegar ao Brasil.

Quadro 1: Preço inicial dos modelos e versões dos celulares.

	Chiomi	Elege	Aifone
4G	R\$ 1500	R\$ 1400	R\$ 3500
5G	R\$ 1800	R\$ 1600	R\$ 4000

a) Qual a diferença de preço entre as versões 4G e 5G do modelo Chiomi?

b) Sabendo-se que durante uma semana houve uma promoção nessa loja, e todos os celulares, independentemente da versão, teriam R\$ 100,00 de desconto, qual será o preço promocional de cada celular em cada uma de suas versões?

c) Após o início da pandemia, essa loja necessitou aumentar em 5% o preço inicial dos celulares devido à falta de fornecimento de matéria prima. Qual é o valor correspondente a 5% do preço inicial de cada celular com suas respectivas versões?

d) Quanto passou a custar esses três modelos celulares com suas duas versões depois desse aumento?

EXERCÍCIOS

1. Uma livraria fez uma doação para as bibliotecas das escolas Cecília Meireles e Raquel de Queiroz. Os títulos foram selecionados de acordo com a faixa etária, visando atender a estudantes dos anos iniciais do Ensino Fundamental (EF I), dos anos finais do Ensino Fundamental (EF II) e do Ensino Médio (EM). Nessa doação, os exemplares eram livros de autores internacionais (AI) e livros de autores brasileiros (AB). A relação de livros doados está descrita no Quadro 1.

Quadro 1: Livros doados para a escola Cecília Meireles.

	EF I	EF II	EM
AI	36	45	75
AB	60	72	120

Quadro 2: Livros doados para a escola Raquel de Queiroz.

	EF I	EF II	EM
AI	24	60	54
AB	52	98	100

Suponha que em parceria com a livraria que fez a doação dos livros para as bibliotecas, uma gráfica doou cadernos para as mesmas escolas. Para cada exemplar de livro doado, essa gráfica doou dois cadernos.

- Quantos cadernos foram doados ao ensino fundamental I da escola Cecília Meireles considerando apenas os livros doados de autores internacionais?
- E para o ensino médio da escola Raquel de Queiroz, quantos livros foram doados considerando apenas os livros doados de autores brasileiros?
- Quantos cadernos essa gráfica doou para as duas escolas juntas?

2. Joãozinho é conhecido por pregar peças nos colegas de turma. Certo dia, Joãozinho disse à sua colega que a seguinte igualdade estaria correta.

$$\left(\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & 7 \\ 2 & -5 \end{pmatrix} \right) \cdot 2 = \left(\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} \cdot 2 \right) + \left(\begin{pmatrix} 4 & 7 \\ 2 & -5 \end{pmatrix} \cdot 2 \right)$$

Levando em consideração a multiplicação de matrizes por um número real, a colega de Joãozinho deve acreditar nele ou é apenas mais uma de suas peças? Explique.

EXERCÍCIOS

4. Uma livraria fez uma doação para as bibliotecas das escolas Cecília Meireles e Raquel de Queiroz. Os títulos foram selecionados de acordo com a faixa etária, visando atender a estudantes dos anos iniciais do Ensino Fundamental (EF I), dos anos finais do Ensino Fundamental (EF II) e do Ensino Médio (EM). Nessa doação, os exemplares eram livros de autores internacionais (AI) e livros de autores brasileiros (AB). A relação de livros doados está descrita no Quadro 1.

Quadro 1: Livros doados para a escola Cecília Meireles.

	EF I	EF II	EM
AI	36	45	75
AB	60	72	120

Quadro 2: Livros doados para a escola Raquel de Queiroz.

	EF I	EF II	EM
AI	24	60	54
AB	52	98	100

Suponha que em parceria com a livraria que fez a doação dos livros para as bibliotecas, uma gráfica doou cadernos para as mesmas escolas. Para cada exemplar de livro doado, essa gráfica doou dois cadernos.

- Quantos cadernos foram doados ao ensino fundamental I da escola Cecília Meireles considerando apenas os livros doados de autores internacionais?
- E para o ensino médio da escola Raquel de Queiroz, quantos livros foram doados considerando apenas os livros doados de autores brasileiros?
- Quantos cadernos essa gráfica doou para as duas escolas juntas?

5. Joãozinho é conhecido por pregar peças nos colegas de turma. Certo dia, Joãozinho disse à sua colega que a seguinte igualdade estaria correta.

$$\left(\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & 7 \\ 2 & -5 \end{pmatrix} \right) \cdot 2 = \left(\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} \cdot 2 \right) + \left(\begin{pmatrix} 4 & 7 \\ 2 & -5 \end{pmatrix} \cdot 2 \right)$$

Levando em consideração a multiplicação de matrizes por um número real, a colega de Joãozinho deve acreditar nele ou é apenas mais uma de suas peças? Explique.

Relatório 1- 1° B 28/04/2022

No dia 28 de abril realizamos a regência na turma do 1° ano B de duas aulas, com início às 08:50 e término às 10:45, sendo que entre essas aulas ocorreu o intervalo das 09:40 às 09:55. Estavam presentes na aula 21 alunos.

Começamos a aula nos apresentando e informando que estaríamos na regência da turma durante três semanas trabalhando os conteúdos de multiplicação de matrizes por um número real e produto de matrizes. Então solicitamos que se dividissem em grupos de quatro a cinco pessoas para realizar uma dinâmica. Ao todo, formaram 4 grupos de quatro pessoas e um grupo com cinco. Todos os alunos participaram.

A dinâmica consistia em um jogo de dominó que envolvia os tipos de matrizes, ordem de uma matriz e as operações de soma e subtração de matrizes. Distribuímos as peças e as instruções impressas do jogo para cada aluno. Foi feita a leitura das instruções com a turma e após isso iniciaram o jogo. Enquanto jogavam, passávamos entre os grupos auxiliando. Inicialmente, a turma não se demonstrou muito animada com o jogo, mas ao se juntarem em grupos, a maioria dos alunos demonstrou interesse.

Ao finalizar o jogo, pedimos que voltassem aos seus lugares para evitar conversa durante a aula. Após isso, entregamos uma folha impressa com o problema que introduziria o conteúdo. O problema dizia que uma loja de eletrônicos trabalha com três modelos de celulares, Chiomi, Elege e Aifone, nas versões 4G e 5G e que cada versão possui um preço correspondente. Em um quadro havia os preços de cada celular, as colunas representavam cada modelo e as linhas as versões. As perguntas do problema eram: “Qual a diferença de preço entre as versões 4G e 5G do modelo Chiomi?”, “Sabendo-se que durante uma semana houve uma promoção nessa loja, e todos os celulares, independentemente da versão, teriam R\$ 100,00 de desconto, qual será o preço promocional de cada celular em cada uma de suas versões?”, “Após o início da pandemia, essa loja necessitou aumentar em 5% o preço inicial dos celulares devido à falta de fornecimento de matéria prima. Qual é o valor correspondente a 5% do preço inicial de cada celular com suas respectivas versões?” e “Quanto passou a custar esses três modelos celulares com suas duas versões depois desse aumento?”.

A primeira e a segunda pergunta os alunos não tiveram dúvidas. Já na terceira pergunta alguns deles não compreendiam que precisavam apenas calcular o valor de 5% do preço de cada celular, ou seja, multiplicar os valores do quadro por 0,05. Eles queriam calcular o valor de 5% e já somar no valor inicial, e isto seria feito na quarta pergunta. Como nosso objetivo era introduzir multiplicação de matriz por número real explicamos que deveriam fazer em dois passos, calcular o 5% de cada valor e depois somar no valor inicial. Assim eles iriam obter dois

quadros, um com os valores de 5% que era o que desejávamos que eles encontrassem, e outro com os valores calculados somados aos valores iniciais.

Após resolvido e explicado o problema continuamos a aula com a formalização do conteúdo. Passamos no quadro a definição de matriz por número real e resolvemos um exemplo que não estava planejado:

$$2 \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$$

Depois deste exemplo, como já estava no fim da aula optamos por não passar os exemplos que estavam preparados. A lista de exercícios que iríamos trabalhar, deixamos como tarefa de casa e mencionamos que iríamos corrigir na próxima aula.

Plano 2 - 1ºA 06/05/2022

Público-alvo: Alunos do 1º ano do ensino médio.

Conteúdo: Multiplicação de matrizes por um número real.

Objetivo geral: Trabalhar a multiplicação de matrizes por um número real

Objetivos específicos: Objetiva-se que o aluno seja capaz de:

- Identificar situações em que pode ser utilizada a multiplicação de matrizes por um número real;
- Conhecer os métodos para realizar a multiplicação de matrizes por um número real;
- Resolver exercícios sobre multiplicação de matrizes por um número real;

Recursos didáticos: Internet, celular, quadro negro e giz.

Duração: 1 hora/aula.

Encaminhamento metodológico:

Os professores irão passar um jogo no aplicativo/site Quizizz disponível no <https://quizizz.com/quiz/creator/62671b3f20889a001d7a9548/edit?source=admin&trigger=quizPage> com o intuito de praticar o conteúdo trabalhado na aula anterior.

Os alunos irão acessar o quiz com o link <https://quizizz.com/join?gc=282019&source=liveDashboard> e com o código 282019.

O jogo será composto pelas seguintes questões:

1. Calcule o dobro da matriz A .

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 0 \\ -2 & 4 & 3 \end{bmatrix}$$

a.
$$\begin{bmatrix} 2 & 8 & 0 \\ -4 & 8 & 6 \end{bmatrix}$$

b.
$$\begin{bmatrix} 2 & 8 & 0 \\ 4 & 8 & 6 \end{bmatrix}$$

c.
$$\begin{bmatrix} 2 & 8 & 2 \\ -4 & 8 & 6 \end{bmatrix}$$

d.
$$\begin{bmatrix} 3 & 6 & 2 \\ -2 & 6 & 5 \end{bmatrix}$$

R: O dobro será igual a $2 \cdot \begin{bmatrix} 1 & 4 & 0 \\ -2 & 4 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 8 & 0 \\ -4 & 8 & 6 \end{bmatrix}$, ou seja, a resposta correta é a letra a.

2. Uma matriz A de ordem 3×4 é multiplicada por um número real α . O resultado dessa multiplicação é uma matriz C , ou seja, $A \times \alpha = C$. É certo dizer que a matriz C tem:

- a. Ordem 4×3 ;
- b. 12 elementos;
- c. 7 elementos;
- d. 3α elementos;

R: Quando uma matriz é multiplicada por um número real qualquer, sua ordem não altera, logo, uma matriz que contenha 3 linhas e 4 colunas, terá um total de $3 \cdot 4 = 12$ elementos. A resposta correta é a b.

3. Dadas as matrizes A, B e C definidas abaixo:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 8 & 0 \\ -2 & 3 & -1 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 3 & 0 & -9 \\ -3 & 6 & \frac{1}{3} \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 3 & 5 & 2 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

Calcule $A + 3B - C$.

a.
$$\begin{bmatrix} 2 & -2 & -27 \\ 6 & -4 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 & -27 \\ 3 & 1 & -4 \end{bmatrix}$$

b.

$$\begin{bmatrix} -7 & -3 & -29 \\ -10 & 22 & 0 \end{bmatrix}$$

c.

$$\begin{bmatrix} 7 & 3 & -29 \\ -11 & 22 & 0 \end{bmatrix}$$

d.

R: Primeiro calculamos a matriz $3B$:

$$\begin{aligned} 3 \cdot \begin{bmatrix} 3 & 0 & -9 \\ -3 & 6 & \frac{1}{3} \end{bmatrix} &= \\ \begin{bmatrix} 3 \cdot 3 & 3 \cdot 0 & 3 \cdot (-9) \\ 3 \cdot (-3) & 3 \cdot 6 & 3 \cdot \frac{1}{3} \end{bmatrix} &= \\ \begin{bmatrix} 9 & 0 & -27 \\ -9 & 18 & 1 \end{bmatrix} & \end{aligned}$$

Agora que conhecemos a matriz $3B$, vamos fazer a soma $A + 3B$:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} 1 & 8 & 0 \\ -2 & 3 & -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 9 & 0 & -27 \\ -9 & 18 & 1 \end{bmatrix} &= \\ \begin{bmatrix} 10 & 8 & -27 \\ -11 & 21 & 0 \end{bmatrix} & \end{aligned}$$

Por fim, subtraindo C de $A + 3B$:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} 10 & 8 & -27 \\ -11 & 21 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 & 5 & 2 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} &= \\ \begin{bmatrix} 10 - 3 & 8 - 5 & -27 - 2 \\ -11 - 0 & 21 - (-1) & 0 - 0 \end{bmatrix} &= \\ \begin{bmatrix} 7 & 3 & -29 \\ -11 & 22 & 0 \end{bmatrix} & \end{aligned}$$

Logo, a resposta correta é a d.

4. Sabe-se que depois de um determinado tempo de ingerido, um remédio atinge sua meia vida de concentração no organismo, ou seja, somente metade da dose continua agindo. A tabela ao lado mostra três medicamentos vendidos em duas concentrações diferentes. Calcule o equivalente à meia vida de cada medicamento em cada concentração.

	Dose 1 (mg)	Dose 2 (mg)
Dipifeno	300	600
Rivomol	50	100
Paracetamol	200	500

$$\begin{bmatrix} 600 & 1200 \\ 100 & 200 \\ 400 & 1000 \end{bmatrix}$$

a.

$$\begin{bmatrix} 150 & 300 \\ 25 & 50 \\ 100 & 250 \end{bmatrix}$$

b.

$$\begin{bmatrix} 90 & 300 \\ 250 & 500 \\ 50 & 100 \end{bmatrix}$$

c.

$$\begin{bmatrix} 350 & 650 \\ 55 & 100 \\ 150 & 300 \end{bmatrix}$$

d.

R: Como é solicitado que se calcule a meia vida de cada medicamento, e ainda com a meia vida só a metade do medicamento continua agindo no organismo. Então basta multiplicar a matriz cada remédio e cada dose por $\frac{1}{2}$ ou 0,5. A tabela pode ser vista como a seguinte matriz:

$$\begin{bmatrix} 300 & 600 \\ 50 & 100 \\ 200 & 500 \end{bmatrix}$$

Agora basta multiplicar essa matriz por 0,5:

$$\begin{aligned} 0,5 \cdot \begin{bmatrix} 300 & 600 \\ 50 & 100 \\ 200 & 500 \end{bmatrix} &= \\ \begin{bmatrix} 0,5 \cdot 300 & 0,5 \cdot 600 \\ 0,5 \cdot 50 & 0,5 \cdot 100 \\ 0,5 \cdot 200 & 0,5 \cdot 500 \end{bmatrix} &= \\ \begin{bmatrix} 150 & 300 \\ 25 & 50 \\ 100 & 250 \end{bmatrix} & \end{aligned}$$

Logo, a resposta correta é a b.

Relatório 2- 1ºA 06/05/2022

No dia 06 de maio realizamos a regência na turma do 1º ano B de uma aula, com início às 11:35 e término às 12:20. Estavam presentes na aula 19 alunos.

Iniciamos a aula corrigindo os exercícios que havíamos deixado de tarefa na aula anterior. Perguntamos se algum aluno havia feito, porém todos disseram que não, nesta turma as justificativas foram as mesmas que no 1º B, alguns tinham perdido a folha e outros não lembraram das atividades. Então começamos com as correções.

O primeiro exercício dizia que em um supermercado havia três marcas de leite em caixinha de 1L, e em um quadro estavam as três marcas, Leite Bom, Milk Good e Gow Milk,

representadas nas linhas e também o preço, a quantidade de sódio e a quantidade de cálcio em cada caixinha representadas nas colunas. E perguntava qual seria o preço, a quantidade de sódio e a quantidade de cálcio em 5 caixinhas. Fizemos a leitura com a turma e um aluno respondeu que deveria ser multiplicado por cinco cada um dos valores do quadro. Explicamos que era isso mesmo e resolvemos no quadro.

O segundo exercício pedia o triplo da seguinte matriz

$$\begin{pmatrix} -3 & \frac{1}{2} \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$$

Os alunos responderam que bastava multiplicar a matriz por três. Como a resposta deles estava correta, começamos a correção, multiplicando cada valor da matriz por três. Neste momento os alunos tinham dúvidas nos sinais dos números, então retomamos brevemente a multiplicação e adição de números com sinais diferentes. Eles haviam decorado que sinal negativo com sinal negativo sempre resulta em um número positivo. Explicamos que eles deviam ter atenção na operação que estavam realizando, pois somando dois números negativos ainda vamos ter um número negativo e ao multiplicar dois números negativos resulta em um número positivo. Em seguida prosseguimos a correção.

O terceiro exercício dizia que Joãozinho afirmou para sua colega que a seguinte igualdade estava correta e perguntava se a colega podia acreditar em Joãozinho.

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \cdot 3 = 3 \cdot \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$

Pedimos se Joãozinho estava mentindo ou não. Primeiro um aluno falou que devia estar mentindo pois ele era mentiroso. No geral, os alunos não tinham certeza se era verdade ou não, então pedimos o que poderíamos fazer para descobrir se era verdade. Um aluno disse que era só multiplicar, a partir disso explicamos que era isso mesmo e que bastava multiplicar a matriz por três e depois multiplicar três pela mesma matriz do exercício, se os dois resultados forem os mesmos, logo a igualdade é verdadeira, caso contrário, a igualdade não é satisfeita. Então fizemos as contas no quadro e concluímos que como os dois resultados foram iguais, Joãozinho estava falando a verdade.

Terminando as correções prosseguimos a aula com a aplicação de um quiz no site Quizizz, com o intuito de praticar o conteúdo da aula anterior. Pedimos para aqueles que não tinham celular ou acesso à internet se juntassem em duplas ou grupos e que cada um fizesse as contas em seus cadernos, mas não solicitamos que nos entregassem.

O quiz consistia em quatro questões de múltipla escolha sobre o conteúdo de multiplicação de matrizes por um número real.

Os alunos começaram a responder as questões, no entanto não foi possível finalizar o

quiz por falta de tempo, com isso, distribuimos um pirulito para cada aluno e bateu o sinal do fim da aula.

Plano 2 – 1ºB 06/05/2022

Público-alvo: Alunos do 1º ano do ensino médio.

Conteúdo: Multiplicação de matrizes por um número real.

Objetivo geral: Trabalhar a multiplicação de matrizes por um número real

Objetivos específicos: Objetiva-se que o aluno seja capaz de:

- Identificar situações em que pode ser utilizada a multiplicação de matrizes por um número real;
- Conhecer os métodos para realizar a multiplicação de matrizes por um número real;
- Resolver exercícios sobre multiplicação de matrizes por um número real;

Recursos didáticos: Internet, celular, quadro negro e giz.

Duração: 1 hora/aula.

Encaminhamento metodológico:

Os professores irão passar um jogo no aplicativo/site Quizizz disponível no *link* <https://quizizz.com/admin/quiz/626765ecf20210001d32c992/team?fromBrowserLoad=true> os alunos acessarão o jogo por meio do link <https://quizizz.com/join?gc=283284&source=liveDashboard> com o código 283284 com o intuito de praticar o conteúdo trabalhado na aula anterior.

Será solicitado aos alunos que façam as resoluções das questões em uma folha separada para entregar aos professores que será uma parte da avaliação do trimestre.

O jogo será composto pelas seguintes questões:

5. Calcule o triplo da matriz A .

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 0 \\ -2 & 4 & 3 \end{bmatrix}$$

a. $\begin{bmatrix} 3 & 12 & 0 \\ -6 & 12 & 9 \end{bmatrix}$

b. $\begin{bmatrix} -3 & 12 & 0 \\ 6 & -12 & 9 \end{bmatrix}$

c. $\begin{bmatrix} 4 & 7 & 0 \\ 1 & 7 & 6 \end{bmatrix}$

d. $\begin{bmatrix} 3 & 12 & 0 \\ 6 & 12 & 9 \end{bmatrix}$

e. R: O dobro será igual a $3 \cdot \begin{bmatrix} 1 & 4 & 0 \\ -2 & 4 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 12 & 0 \\ -6 & 12 & 9 \end{bmatrix}$, ou seja, a resposta correta é a letra a.

6. Uma matriz A de ordem 5×4 é multiplicada por um número real α . O resultado dessa multiplicação é uma matriz C , ou seja, $A \times \alpha = C$. É certo dizer que a matriz C tem:

- a. Ordem 4×5 ;
- b. 20 elementos;
- c. 9 elementos;
- d. 3α elementos;

R: Quando uma matriz é multiplicada por um número real qualquer, sua ordem não altera, logo, uma matriz que contenha 5 linhas e 4 colunas, terá um total de $5 \cdot 4 = 20$ elementos. A resposta correta é a b.

7. Qual é a soma da diagonal principal do triplo da matriz abaixo?

$$\begin{bmatrix} 15 & 10 & 5 & 30 \\ 6 & 4 & 2 & 12 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 4 & 8 \end{bmatrix}$$

- a. 81;
- b. 56;
- c. 27;
- d. 76.

R: Para encontrar o resultado, basta somar a diagonal e multiplicá-la por 3, ou seja:

$$15 + 4 + 0 + 8 = 27 \cdot 3 = 81$$

Ou então, pode ser multiplicada a diagonal por 3 e então somá-la:

$$15 \cdot 3 = 45$$

$$4 \cdot 3 = 12$$

$$0 \cdot 3 = 0$$

$$8 \cdot 3 = 24$$

Somando:

$$45 + 12 + 24 = 81$$

Logo, a resposta correta é a a.

8. Dadas as matrizes A, B e C definidas abaixo:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 8 & 0 \\ -2 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 3 & -9 \\ -5 & 2 & \frac{1}{3} \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 3 & 5 & 2 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

Calcule $A + 3B - C$.

a. $\begin{bmatrix} 2 & -2 & -27 \\ 6 & -4 & 1 \end{bmatrix}$

b. $\begin{bmatrix} 2 & 2 & -27 \\ 3 & 1 & -4 \end{bmatrix}$

c. $\begin{bmatrix} -7 & -3 & -29 \\ -10 & 22 & 0 \end{bmatrix}$

d. $\begin{bmatrix} -2 & 12 & -29 \\ -17 & 7 & 0 \end{bmatrix}$

R: Primeiro calculamos a matriz $3B$:

$$\begin{aligned} 3 \cdot \begin{bmatrix} 0 & 3 & -9 \\ -5 & 2 & \frac{1}{3} \end{bmatrix} &= \\ \begin{bmatrix} 3 \cdot 0 & 3 \cdot 3 & 3 \cdot (-9) \\ 3 \cdot (-5) & 3 \cdot 2 & 3 \cdot \frac{1}{3} \end{bmatrix} &= \\ \begin{bmatrix} 0 & 9 & -27 \\ -15 & 6 & 1 \end{bmatrix} & \end{aligned}$$

Agora que conhecemos a matriz $3B$, vamos fazer a soma $A + 3B$:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} 1 & 8 & 0 \\ -2 & 0 & -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 9 & -27 \\ -15 & 6 & 1 \end{bmatrix} &= \\ \begin{bmatrix} 1 & 17 & -27 \\ -17 & 6 & 0 \end{bmatrix} & \end{aligned}$$

Por fim, subtraindo C de $A + 3B$:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} 1 & 17 & -27 \\ -17 & 6 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 & 5 & 2 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} &= \\ \begin{bmatrix} 1-3 & 17-5 & -27-2 \\ -17-0 & 6-(-1) & 0-0 \end{bmatrix} &= \\ \begin{bmatrix} -2 & 12 & -29 \\ -17 & 7 & 0 \end{bmatrix} & \end{aligned}$$

Logo, a resposta correta é a d.

9. Sabe-se que depois de um determinado tempo de ingerido, um remédio atinge sua meia vida de concentração no organismo, ou seja, somente metade da dose continua agindo.

A tabela ao lado mostra três medicamentos vendidos em duas concentrações diferentes. Calcule o equivalente à meia vida de cada medicamento em cada concentração.

	Dose 1 (mg)	Dose 2 (mg)
Dipifeno	300	600
Rivomol	50	100
Paracetámal	200	500

a. $\begin{bmatrix} 600 & 1200 \\ 100 & 200 \\ 400 & 1000 \end{bmatrix}$

b. $\begin{bmatrix} 150 & 300 \\ 25 & 50 \\ 100 & 250 \end{bmatrix}$

c. $\begin{bmatrix} 90 & 300 \\ 250 & 500 \\ 50 & 100 \end{bmatrix}$

d. $\begin{bmatrix} 350 & 650 \\ 55 & 100 \\ 150 & 300 \end{bmatrix}$

R: Como é solicitado que se calcule a meia vida de cada medicamento, e ainda com a meia vida só a metade do medicamento continua agindo no organismo. Então basta multiplicar a matriz cada remédio e cada dose por $\frac{1}{2}$ ou 0,5. A tabela pode ser vista como a seguinte matriz:

$$\begin{bmatrix} 300 & 600 \\ 50 & 100 \\ 200 & 500 \end{bmatrix}$$

Agora basta multiplicar essa matriz por 0,5:

$$\begin{aligned} 0,5 \cdot \begin{bmatrix} 300 & 600 \\ 50 & 100 \\ 200 & 500 \end{bmatrix} &= \\ \begin{bmatrix} 0,5 \cdot 300 & 0,5 \cdot 600 \\ 0,5 \cdot 50 & 0,5 \cdot 100 \\ 0,5 \cdot 200 & 0,5 \cdot 500 \end{bmatrix} &= \\ \begin{bmatrix} 150 & 300 \\ 25 & 50 \\ 100 & 250 \end{bmatrix} & \end{aligned}$$

Logo, a resposta correta é a b.

Relatório 2 - 1º B 06/05/2022

No dia 06 de maio realizamos a regência na turma do 1º ano B de uma aula, com início

às 10:45 e término às 11:35. Estavam presentes na aula 17 alunos.

Iniciamos a aula corrigindo os exercícios que havíamos deixado de tarefa na aula anterior. Perguntamos se algum aluno havia feito, porém todos disseram que não, alguns tinham perdido a folha e outros não lembraram. Então prosseguimos com as correções.

O primeiro exercício dizia que as escolas Cecília Meireles e Raquel de Queiroz receberam doações de livros, foram doados livros de autores brasileiros e de autores internacionais para cada faixa etária dos anos iniciais do ensino fundamental, dos anos finais do ensino fundamental e do ensino médio e em parceria com uma gráfica para cada livro doado receberam dois cadernos. Havia duas tabelas com as informações de livros doados para cada escola, em cada tabela havia uma linha para cada tipo de autor e uma coluna para cada modalidade de ensino. As perguntas sobre o problema eram: “Quantos cadernos foram doados ao ensino fundamental I da escola Cecília Meireles considerando apenas os livros doados de autores internacionais?”, “E para o ensino médio da escola Raquel de Queiroz, quantos livros foram doados considerando apenas os livros doados de autores brasileiros?”, “Como você faria para descobrir quantos cadernos essa gráfica doou para as duas escolas juntas?”.

O segundo exercício dizia que Joãozinho afirmou para sua colega que a seguinte igualdade estava correta e pedia se a colega podia acreditar em Joãozinho.

$$\left(\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & 7 \\ 2 & -5 \end{pmatrix} \right) \cdot 2 = \left(\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} \cdot 2 \right) + \left(\begin{pmatrix} 4 & 7 \\ 2 & -5 \end{pmatrix} \cdot 2 \right)$$

Antes de corrigir no quadro perguntamos aos alunos como poderíamos saber se a igualdade era verdadeira como Joãozinho afirmava. Um aluno respondeu que poderíamos fazer os cálculos. Dissemos que ele estava correto, bastava fazer os cálculos dos dois lados da igualdade e observar se o resultado era igual. Primeiro fizemos no lado esquerdo, somamos as duas matrizes e depois multiplicamos por dois. Então fizemos do lado direito, multiplicamos as duas matrizes por dois e depois somamos. Como chegamos na mesma matriz dos dois lados concluímos que Joãozinho estava falando a verdade.

Após a correção dos exercícios continuamos a aula com a aplicação de um quiz no site Quizizz, com o intuito de praticar o conteúdo da aula anterior. Pedimos para aqueles que não tinham celular ou acesso à internet se juntassem em duplas ou grupos e que cada um fizesse as contas em seus cadernos, mas não solicitamos que nos entregassem. Porém, durante o quiz poucos alunos realizaram as contas no caderno, faziam cálculos mentais ou escolhiam qualquer alternativa para as questões que não sabiam, como escutamos de alguns alunos: “é só chutar”.

O quiz consistia em seis questões de múltipla escolha sobre o conteúdo de multiplicação de matrizes por um número real.

O plano inicial era entregar um pirulito para cada aluno pela participação e dois para os três primeiros colocados, no entanto alguns deles ao finalizarem o quiz reiniciaram a partida, e por já saberem quais as respostas estavam corretas, aumentaram sua pontuação final. Dessa forma, em vista da dificuldade de encontrar os verdadeiros mais bem colocados e a fim de evitar atrito entre os alunos, optamos por entregar só um pirulito para cada aluno.

Alguns exercícios do quiz não tivemos tempo de corrigir e dissemos que traríamos uma folha impressa com as resoluções. Finalizamos a aula fazendo a entrega de um pirulito para cada aluno e comentamos que na próxima aula começaríamos o conteúdo de multiplicação de matrizes.

Plano de aula 3 – 1ºA 12/05/2022

Público-Alvo: Alunos do 1º ano do ensino médio.

Conteúdo: Multiplicação de matrizes

Objetivo Geral:

Objetivos Específicos: Ao se trabalhar com multiplicação de matrizes, objetiva-se que o aluno seja capaz de:

- Compreender o processo de multiplicação de matrizes;
- Identificar quando podemos realizar a multiplicação de matrizes;
- Resolver problemas que envolvam multiplicação de matrizes.

Recursos Didáticos: Atividade impressa, quadro, giz.

Duração: 2 horas/aula.

Encaminhamento metodológico: Iniciaremos com a entrega de um problema impresso sobre multiplicação de matrizes e faremos a leitura com a turma.

Dona Ioná vende caixas de bombons. Os tipos de bombons são: ao leite, meio amargo e diet. Com esses três tipos ela monta quatro caixas diferentes. A matriz A abaixo possui para cada tipo de bombom uma coluna e para cada caixa uma linha

$$\begin{array}{l} \text{Caixa 1} \\ \text{Caixa 2} \\ \text{Caixa 3} \\ \text{Caixa 4} \end{array} \begin{bmatrix} \text{Ao leite} & \text{Meio amargo} & \text{Diet} \\ 20 & 15 & 5 \\ 15 & 20 & 5 \\ 5 & 5 & 30 \\ 24 & 24 & 2 \end{bmatrix} = A$$

Cada tipo de bombom tem um preço e quantidade de calorias diferentes. A matriz B a seguir possui uma coluna para o preço de cada bombom e uma coluna para a quantidade de calorias e

uma linha para cada tipo de bombom.

$$\begin{array}{l} \text{Ao leite} \\ \text{Meio amargo} \\ \text{Diet} \end{array} \begin{bmatrix} 1,00 & 85 \\ 1,50 & 80 \\ 2,00 & 70 \end{bmatrix} = B$$

Qual o preço e quantidade de calorias em cada caixa?

Com este problema temos objetivo de introduzir a multiplicação de matrizes. Os alunos podem não conseguir resolver o problema logo de início. Para auxiliá-los faremos alguns questionamentos, para cada pergunta deixaremos um tempo para que tentem responder. Vamos entregar uma folha para que escrevam suas respostas, esta folha será recolhida após a resolução do problema.

a) O que se pede no problema?

R: O preço e a quantidade de calorias que cada caixa possui.

b) Quais os dados?

R: A quantidade de cada tipo de bombom em cada caixa, o preço e quantidade de calorias de cada um deles.

c) Vamos pensar, quanto custa a quantidade de bombons do tipo “Ao leite” na Caixa 1? E do tipo “Meio amargo” e do tipo “Diet” ainda na Caixa 1? E quantas calorias possuem?

R: Para obter o preço dos bombons tipo Ao leite na Caixa 1, devemos observar que deste bombom possuem 20 e custam R\$ 1,00 cada, logo o preço será R\$ 20,00 e a quantidade de calorias é 1700 Kcal. Do tipo Meio amargo, são 15 bombons e custam R\$ 1,50 cada, logo, o preço será R\$ 22,50 e a quantidade de calorias é 1200 Kcal. Do tipo Diet, são 5 bombons e custam R\$ 2,00, logo, o preço será R\$ 10,00 e a quantidade de calorias é 350 Kcal.

d) Então quanto custa a Caixa 1 e quantas calorias no total?

R: Podemos somar os valores obtidos acima, assim, a Caixa 1 custa $20,00 + 22,50 + 10,00 = 52,50$. E possui $1700 + 1200 + 350 = 3250$ calorias

- e) Podemos seguir esses passos para obter o preço e a quantidade de calorias das outras duas caixas?

R: Sim.

- f) Voltando a pergunta inicial, qual o preço e quantidade de calorias em cada caixa?

Caixa 1: Custa R\$ 52,50 e possui 3250 Kcal.

Caixa 2: Custa R\$ 55,00 e possui 3225 Kcal.

Caixa 3: Custa R\$ 72,50 e possui 2925 Kcal.

Caixa 4: Custa R\$ 64,00 e possui 4100 Kcal.

- g) Descreva o processo realizado.

R: Para cada tipo de bombom em cada caixa multiplicamos a quantidade pelo seu respectivo valor. Após fazer isso com cada tipo de bombom, somamos os valores e obtemos o preço da caixa. Para as calorias fazemos o mesmo, para cada tipo de bombom em cada caixa multiplicamos a quantidade pela quantidade de calorias.

- h) Podemos organizar os dados em uma matriz? Determine a matriz C com os dados obtidos.

R: Sim.

$$\begin{array}{l} \text{Caixa 1} \\ \text{Caixa 2} \\ \text{Caixa 3} \\ \text{Caixa 4} \end{array} \begin{array}{cc} \text{Preço} & \text{Kcal} \\ \left[\begin{array}{cc} 52,50 & 3300 \\ 55,00 & 3225 \\ 72,50 & 2925 \\ 64,00 & 4100 \end{array} \right] & = C \end{array}$$

- i) O que dizer sobre o número de linhas e colunas de cada matriz? Conseguem observar alguma relação?

R: A matriz C possui o mesmo número de linhas da matriz A e o mesmo número de colunas da matriz B .

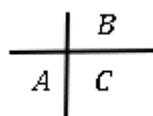
Após a resolução do problema faremos a formalização do conteúdo. O texto a seguir será entregue impresso aos alunos e faremos a sua explicação.

O processo realizado na resolução do problema é o que chamamos de **multiplicação da matriz A pela matriz B** ou **produto da matriz A por B**, e podemos escrever $A \times B = C$. De modo geral, para que seja possível calcular $A \times B$, o número de **colunas** da matriz A deve ser igual ao número de **linhas** da matriz B, como podemos observar no problema resolvido A era uma matriz 4×3 e B uma matriz 3×2 . Além disso, o resultado vai ser uma matriz com o número de linhas igual ao da matriz A e o número de colunas igual ao da matriz B. No problema anterior a matriz C é uma matriz 4×2 .

Como método de multiplicação de matrizes passaremos no quadro e explicaremos o esquema de Falks.

Podemos multiplicar duas matrizes utilizando o esquema de Falks. Para calcular $A \times B = C$ escrevemos as matrizes A e B num quadro da seguinte forma

Figura 29: Esquema de Falks.



Fonte: Próprios autores.

E em seguida calculamos as entradas de C.

Para ilustrar melhor o método anterior, será entregue impresso para os alunos o esquema abaixo e pediremos que coleem em seus cadernos.

Figura 30: Esquema de multiplicação de matrizes.

Multiplicação de matrizes

$A \times B$	$B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \\ b_{31} & b_{32} \end{bmatrix}$
$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix}$	$C = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix}$

$$\begin{aligned}
 c_{11} &= a_{11} \times b_{11} + a_{12} \times b_{21} + a_{13} \times b_{31} \\
 c_{12} &= a_{11} \times b_{12} + a_{12} \times b_{22} + a_{13} \times b_{32} \\
 c_{21} &= a_{21} \times b_{11} + a_{22} \times b_{21} + a_{23} \times b_{31} \\
 c_{22} &= a_{21} \times b_{12} + a_{22} \times b_{22} + a_{23} \times b_{32}
 \end{aligned}$$

$$A_{m \times n} \times B_{n \times p} = C_{m \times p}$$

Fonte: Próprios autores.

Em seguida, será explicado e copiado no quadro os seguintes exemplos:

Exemplo 1: Sejam $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$. Determine $A \times B$.

$$\begin{array}{c|c} & \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \\ \hline \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 7 & -1 \end{bmatrix} \end{array}$$

Exemplo 2: Sejam $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 3 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 5 & 4 & 2 \\ 4 & 3 & 1 \end{bmatrix}$. Determine $A \times B$.

R:

$$\begin{array}{c|c} & \begin{bmatrix} 5 & 4 & 2 \\ 4 & 3 & 1 \end{bmatrix} \\ \hline \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 3 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} -3 & -2 & 0 \\ 27 & 21 & 9 \\ -5 & -4 & -2 \end{bmatrix} \end{array}$$

Avaliação: Será avaliado o desempenho dos alunos na resolução do problema e participação na aula.

Referências

BOMBONS a granel. **Matemática multimídia**. Disponível em: <https://m3.ime.unicamp.br/recursos/1055>. Acesso em: 19 abr. 2022.

Relatório 3- 1º A 12/05/2022

No dia 12 de maio realizamos a regência na turma do 1º ano A de duas aulas geminadas, com início às 07:10 e término às 8:50, neste dia estavam presentes 20 alunos. Iniciamos a aula com a entrega de um problema impresso sobre multiplicação de matrizes. O problema dizia que Dona Ioná vende caixas com três tipos de bombons: ao leite, meio amargo e diet, sendo que cada um possuía um preço e quantidade de calorias diferentes. Com eles, ela monta quatro caixas diferentes. Também havia duas matrizes, na primeira matriz havia uma linha para cada caixa e uma coluna para cada tipo de bombom. Na segunda matriz havia uma linha representando cada tipo de bombom e uma coluna representando o preço e a quantidade de calorias de cada um deles. A pergunta era qual o preço e quantidade de calorias em cada caixa.

Então fizemos a leitura com a turma e entregamos uma folha para que escrevessem suas respostas nela, após isso, deixamos um tempo para que tentassem resolver. Ressaltamos nosso

objetivo era que eles resolvessem sozinhos, mas como demonstraram dúvidas e nem mesmo tiveram alguma ideia para começar, fizemos alguns questionamentos para auxiliá-los na resolução.

Inicialmente para compreensão do problema, perguntamos o que se pedia e quais eram os dados. Nestas perguntas os alunos não tinham dúvidas, então para que tivessem uma ideia do que fazer pedimos que olhassem os bombons do tipo ao leite, meio amargo e diet e calculassem o preço e as calorias destes bombons na caixa 1. Começamos passar nas carteiras dos alunos para observar como estavam fazendo, percebemos que muitos deles compreenderam a pergunta e faziam o processo corretamente, mas algumas vezes erravam nos cálculos, já alguns estavam apenas somando a quantidade de bombons da caixa 1, e outros não demonstravam interesse em fazer o que foi pedido. Enquanto faziam, começaram conversar diversas vezes e em consequência disto precisávamos chamar a atenção.

Em seguida, perguntamos qual era o preço da caixa 1 e quantas calorias continha esta caixa. Os alunos perceberam que bastava somar o preço dos três tipos de bombons na caixa 1 e fazer o mesmo com as calorias. Após isso, questionamos se poderíamos seguir os mesmos passos para encontrar o preço e a quantidade de calorias das outras três caixas. Com a afirmação dos alunos, solicitamos então que calculassem para as caixas restantes, que era a pergunta inicial do problema. Novamente passamos nas carteiras auxiliando, percebemos que eles haviam entendido o processo e observamos que pensaram em diferentes modos de resolução, haviam alguns erros nos cálculos, mas o objetivo principal era que entendessem o processo.

Por fim, pedimos que descrevessem o processo que realizaram para encontrar a solução e construíssem uma matriz com os valores encontrados.

Conforme os alunos finalizavam a resolução da última alternativa, passávamos recolhendo a folha com as respostas. Alguns deles não conseguiram finalizar a tempo devido ao horário do fim da aula.

Destacamos que nesta turma os alunos se distraíam em diversos momentos. Até mesmo faziam piadas sobre as caixas de bombons serem muito caras ou terem muitas calorias. Precisamos chamar a atenção várias vezes para não perdemos o foco da aula.

Plano de aula 3- 1ºB 12/05/2022

Público-alvo: Alunos do 1º ano do ensino médio.

Conteúdo: Multiplicação de matrizes.

Objetivo geral: Trabalhar a multiplicação de matrizes.

Objetivos específicos: Ao se trabalhar com multiplicação de matrizes, objetiva-se que o aluno seja capaz de:

- Compreender o processo de multiplicação de matrizes;
- Identificar quando podemos realizar a multiplicação de matrizes;
- Resolver problemas que envolvam multiplicação de matrizes.

Recursos didáticos: Atividade impressa, quadro, giz.

Duração: 2 horas/aula.

Encaminhamento metodológico: Iniciaremos a aula com a entrega de um problema impresso sobre multiplicação de matrizes e faremos a leitura com a turma.

(OBEMEP) Uma confeitaria produz três tipos de bolos vendidos em duas lojas. A matriz A abaixo possui uma linha para cada loja, uma coluna para cada tipo de bolo e indica quantos bolos de cada tipo foram vendidos por cada loja em uma dada semana.

$$\begin{array}{c} \text{Loja A} \\ \text{Loja B} \end{array} \begin{bmatrix} \text{Bolo 1} & \text{Bolo 2} & \text{Bolo 3} \\ 5 & 4 & 3 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix} = A$$

Temos também uma matriz B , onde cada linha corresponde a um dos bolos, cada coluna corresponde a um ingrediente do bolo e as entradas indicam as quantidades de cada ingrediente necessário para fabricar cada bolo.

$$\begin{array}{c} \text{Bolo 1} \\ \text{Bolo 2} \\ \text{Bolo 3} \end{array} \begin{bmatrix} \text{Farinha} & \text{Açúcar} & \text{Leite} & \text{Manteiga} & \text{Ovos} \\ (g) & (g) & (ml) & (g) & \\ 500 & 200 & 500 & 150 & 4 \\ 400 & 100 & 300 & 250 & 5 \\ 300 & 150 & 600 & 0 & 6 \end{bmatrix} = B$$

Qual a quantidade de ingredientes que cada loja precisou para produzir os bolos desta semana?

Com este problema temos objetivo de introduzir a multiplicação de matrizes. Os alunos podem não conseguir resolver o problema logo de início. Para auxiliá-los faremos alguns questionamentos e para cada pergunta deixaremos um tempo para que tentem responder. Vamos entregar uma folha para que escrevam suas respostas, esta folha será recolhida após a resolução do problema.

j) O que se pede no problema?

R: A quantidade de cada ingrediente que cada loja gastou para produzir os bolos.

k) Quais os dados?

R: A quantidade de cada tipo de bolo que cada loja produziu, e a quantidade de cada ingrediente utilizado em cada tipo de bolo.

l) Vamos observar os ingredientes separadamente. Qual a quantidade de farinha gasta pela Loja A em cada tipo de bolo?

R: A Loja A produziu 5 bolos do tipo 1 gastando 500 g de farinha em cada, ou seja, 2500 g de farinha para o Bolo 1. Do Bolo 2 foram produzidos 4 bolos gastando 400 g de farinha em cada, ou seja, 1600 g de farinha para o Bolo 2. Do Bolo 3 foram produzidos 3 bolos sendo gasto 300 g de farinha em cada, ou seja, 900 g para o Bolo 3.

m) Qual a quantidade total de farinha gasta pela Loja A?

R: A Loja A gastou de farinha $2500 + 1600 + 900 = 5000$ gramas.

n) Podemos seguir esses passos para determinar a quantidade de cada ingrediente, gasto por cada loja?

R: Sim.

o) Voltando a pergunta inicial, qual a quantidade de ingredientes que cada loja precisou para produzir os bolos desta semana?

R: Loja A: 5000 g de farinha, 1850 g de açúcar, 5500 ml de leite, 1750 g de manteiga e 58 ovos.

Loja B: 3500 g de farinha, 1400 g de açúcar, 4500 ml de leite, 950 g de manteiga e 46 ovos.

p) Descreva o processo realizado.

R: Para cada loja multiplicamos a quantidade de cada tipo de bolo pela quantidade de ingrediente, após isso, somamos os valores e obtemos a quantidade de cada ingrediente que cada loja gasta.

q) Podemos organizar os dados em uma matriz? Determine a matriz C com os dados obtidos.

R: Sim,

$$\begin{array}{l} \text{Loja A} \\ \text{Loja B} \end{array} \begin{bmatrix} \textit{Farinha} & \textit{Açucar} & \textit{Leite} & \textit{Manteiga} & \textit{Ovos} \\ 5000 & 1850 & 5500 & 1750 & 58 \\ 3500 & 1400 & 4500 & 950 & 46 \end{bmatrix} = C$$

r) O que dizer sobre o número de linhas e colunas de cada matriz? Conseguem observar alguma relação?

R: A matriz C possui o mesmo número de linhas da matriz A e o mesmo número de colunas da matriz B .

Após a resolução do problema faremos a formalização do conteúdo. O texto a seguir será entregue impresso aos alunos e faremos a sua explicação.

O processo realizado na resolução do problema é o que chamamos de **multiplicação da matriz A pela matriz B** ou **produto da matriz A por B** , e podemos escrever $A \times B = C$. De modo geral, para que seja possível calcular $A \times B$, o número de **colunas** da matriz A deve ser igual ao número de **linhas** da matriz B , como podemos observar no problema resolvido A era uma matriz 2×3 e B uma matriz 3×4 . Além disso, o resultado vai ser uma matriz com o número de linhas igual ao da matriz A e o número de colunas igual ao da matriz B . No problema anterior a matriz C é uma matriz 2×4 .

Como método de multiplicação de matrizes passaremos no quadro e explicaremos o esquema de Falks.

Podemos multiplicar duas matrizes utilizando o esquema de Falks. Para calcular $A \times B = C$ escrevemos as matrizes A e B num quadro da seguinte forma

Figura 31: Esquema de Falks.

	B
A	C

Fonte: Próprios autores.

E em seguida calculamos as entradas de C .

Para ilustrar melhor o método anterior, será entregue impresso para os alunos o esquema abaixo e pediremos que colem em seus cadernos.

Figura 32: Esquema de multiplicação de matrizes.

Multiplicação de matrizes

$A \times B$	$B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \\ b_{31} & b_{32} \end{bmatrix}$
$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix}$	$C = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix}$

$$\begin{aligned}
 c_{11} &= a_{11} \times b_{11} + a_{12} \times b_{21} + a_{13} \times b_{31} \\
 c_{12} &= a_{11} \times b_{12} + a_{12} \times b_{22} + a_{13} \times b_{32} \\
 c_{21} &= a_{21} \times b_{11} + a_{22} \times b_{21} + a_{23} \times b_{31} \\
 c_{22} &= a_{21} \times b_{12} + a_{22} \times b_{22} + a_{23} \times b_{32}
 \end{aligned}$$

$$A_{m \times n} \times B_{n \times p} = C_{m \times p}$$

Fonte: Próprios autores.

Em seguida, será explicado e copiado no quadro os seguintes exemplos:

Exemplo 1: Sejam $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$. Determine $A \times B$.

$$\begin{array}{c|c} & \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \\ \hline \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 7 & -1 \end{bmatrix} \end{array}$$

Exemplo 2: Sejam $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \\ 4 & 0 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 4 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & -3 \end{bmatrix}$. Determine $A \times B$.

R:

$$\begin{array}{c|c} & \begin{bmatrix} 4 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & -3 \end{bmatrix} \\ \hline \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \\ 4 & 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 3 & 1 & 5 \\ 11 & 12 & -5 \\ 16 & 12 & 8 \end{bmatrix} \end{array}$$

Avaliação: Será avaliado o desempenho dos alunos na resolução do problema e participação na aula.

Referências

BENEVIDES, F. S. Operações com matrizes. Disponível em:

https://cdnportaldabmep.impa.br/portaldabmep/uploads/material_teorico/dixrghlgk5c0s.pdf

. Acesso em: 19 abr. 2022.

Relatório 3 - 1ºB 12/05/2022

No dia 12 de maio realizamos a regência na turma do 1º ano B de duas aulas, com início às 08:50 e término às 10:45, sendo que entre essas aulas ocorreu o intervalo das 09:40 às 09:55. Estavam presentes na aula 20 alunos.

Iniciamos a aula com a entrega de um problema impresso para introduzir o conteúdo de multiplicação de matrizes. O problema dizia que uma confeitaria produzia três tipos de bolos: Bolo 1, Bolo 2 e Bolo 3, e vendia em duas lojas: Loja A, Loja B. Também haviam duas matrizes, a primeira possuía uma linha para cada loja e uma coluna para cada tipo de bolo e os elementos da matriz eram as quantidades de cada tipo de bolo vendido em cada loja. Na segunda matriz cada linha representava um tipo de bolo e cada coluna representava um ingrediente utilizado no bolo, sendo que os ingredientes eram: farinha, açúcar, leite, manteiga e ovos. A pergunta era qual a quantidade de ingredientes que cada loja precisou para produzir os bolos desta semana.

Fizemos a leitura com a turma e entregamos uma folha para que escrevessem suas respostas, após isso, deixamos um tempo para que resolvessem. Como imaginávamos que os alunos não conseguiriam resolver o problema de imediato preparamos alguns questionamentos para auxiliá-los a chegarem em uma conclusão. Porém, nesta turma a compreensão do problema foi melhor, então passamos no quadro os questionamentos para aqueles que não compreenderam o que tinham que fazer fossem respondendo e conforme fossem respondendo também teriam uma ideia de resolução.

Conforme passávamos nas carteiras observamos que estavam resolvendo de diferentes modos, mas todos estavam corretos. Alguns alunos montaram uma matriz para cada bolo. Outros fizeram as contas para cada bolo separadamente e depois montaram uma matriz com o total. Alguns deixaram apenas as contas. Haviam alguns cálculos errados, mas percebemos que entenderam o processo, o que era nosso objetivo.

Na segunda aula deixamos mais alguns minutos e então recolhemos a folha para prosseguirmos com a correção.

Nesta turma os alunos demonstraram maior interesse em resolver o problema do que na turma do 1ºA. Não ocorreram tantas conversas e não perderam o foco da aula.

Após a correção explicamos que o que fizemos na resolução do problema foi a multiplicação de duas matrizes. Como já estava no fim da aula, não conseguimos aprofundar a explicação.

Relatório 4- 1ºB 13/05/2022

No dia 13 de maio realizamos a regência de uma aula na turma do 1º ano B, com início às 10:45 e término às 11:35. Nesta aula estavam presentes 17 alunos. Iniciamos retomando o conteúdo do dia anterior sobre multiplicação de matrizes. Ao lembrar o exercício da aula anterior, explicamos que na verdade, de forma intuitiva, a maioria deles acabaram por utilizar a multiplicação de matrizes para resolver, mesmo que com alguns passos a mais. Sendo assim, destacamos que iríamos ensinar de uma forma mais metódica tal conteúdo.

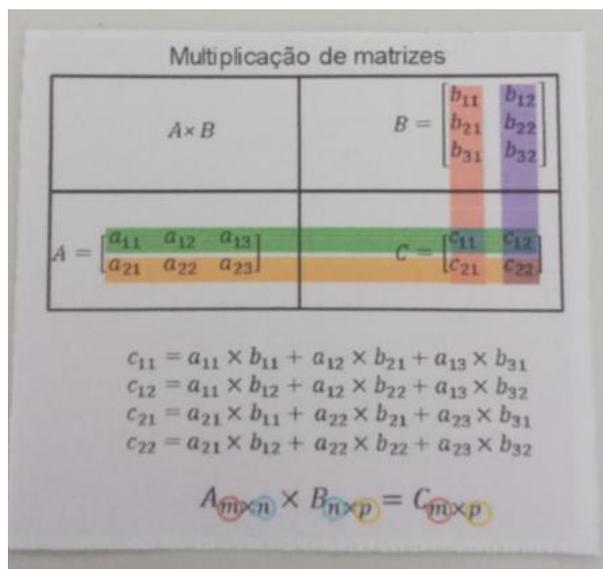
Escrevemos no quadro o método de Falks para multiplicação de matrizes e deixamos alguns minutos para que registrassem no caderno. Após isso, iniciamos a explicação, como o processo de multiplicação de matrizes não é tão simples no primeiro momento, utilizamos também do seguinte exemplo para deixar claro como realizá-lo.

Exemplo 1: Sejam $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$. Determine $A \times B$.

Escrevemos as matrizes A e B conforme indicava o método de Falks e realizamos o produto $A \times B$. Feito isso, entregamos a folha ilustrando o método e pedimos para que colassem

no caderno.

Figura 33: Folha entregue aos alunos ilustrando o método de multiplicação de matrizes.



Fonte: Próprios autores.

Em seguida passamos mais um exemplo:

Exemplo 2: Sejam $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \\ 4 & 0 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 4 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & -3 \end{bmatrix}$. Determine $A \times B$.

Deixamos um tempo para que tentassem resolver e então começamos a correção no quadro. Enquanto fazíamos a correção do segundo exemplo, tocou o sinal do término da aula, então não conseguimos terminar de corrigi-lo.

Relatório 4- 1ºA 13/05/2022

No dia 13 de maio realizamos a regência de uma aula na turma do 1º ano A, com início às 11:35 e término às 12:20. Nesta aula estavam presentes 16 alunos. Iniciamos retomando o conteúdo do dia anterior sobre multiplicação de matrizes. Comentamos que para resolver o problema da aula anterior os alunos intuitivamente utilizaram a multiplicação de matrizes. Após isso, formalizamos o conteúdo.

Da mesma forma que fizemos no 1ºB, escrevemos no quadro o método de Falks para multiplicação de matrizes e deixamos um tempo para os alunos copiarem em seus cadernos. Em seguida, para exemplificar o método resolvemos um exemplo

Exemplo 1: Sejam $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$. Determine $A \times B$.

Escrevemos as matrizes A e B conforme indicava o método de Falks e realizamos o produto $A \times B$. Feito isso, entregamos a folha ilustrando o método (Figura 25) e pedimos para

que colassem no caderno.

Logo após, passamos mais um exemplo para que os alunos tentassem resolver.

Exemplo 2: Sejam $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 3 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 5 & 4 & 2 \\ 4 & 3 & 1 \end{bmatrix}$. Determine $A \times B$.

Antes de resolver o exemplo deixamos um tempo para que os alunos tentassem resolver. Após alguns minutos o sinal que indicava o fim da aula tocou e não tivemos tempo de resolvê-lo, então pedimos que os alunos tentassem terminá-lo em casa.

Plano de aula 5- 1ºA 19/05/2022

Público-alvo: Alunos do 1º ano do ensino médio.

Conteúdo: Multiplicação de matrizes.

Objetivo geral: Trabalhar a multiplicação de matrizes.

Objetivos específicos: Ao se trabalhar com multiplicação de matrizes, objetiva-se que o aluno seja capaz de:

- Compreender o processo de multiplicação de matrizes;
- Identificar quando podemos realizar a multiplicação de matrizes;
- Resolver problemas que envolvam multiplicação de matrizes.

Recursos didáticos: Atividade impressa, quadro, giz.

Duração: 1 hora/aula.

Encaminhamento metodológico: Nesta aula vamos trabalhar resoluções de exercícios sobre o conteúdo de multiplicação de matrizes.

Multiplicação de matriz por um número real

Exercício 1: Considere que uma fábrica de eletrodomésticos tenha uma produção no ano de 2012, referente aos meses de junho, julho e agosto, apresentada na matriz P abaixo. Essa mesma fábrica deseja triplicar a produção desses eletrodomésticos para o ano seguinte no mesmo período. Calcule qual será sua nova produção sabendo que a linha 1 representa liquidificadores do tipo A, a linha 2 representa liquidificadores do tipo B e as colunas 1, 2 e 3 representam os meses de junho, julho e agosto, respectivamente.

$$P = \begin{bmatrix} 180 & 260 & 170 \\ 290 & 250 & 190 \end{bmatrix}$$

R:

$$3P = 3 \begin{bmatrix} 180 & 260 & 170 \\ 290 & 250 & 190 \end{bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix} 3 \times 180 & 3 \times 260 & 3 \times 170 \\ 3 \times 290 & 3 \times 250 & 3 \times 190 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 540 & 780 & 510 \\ 870 & 750 & 570 \end{bmatrix}$$

Exercício 2: Faça a multiplicação de matrizes por um número real a seguir:

$$(-3) \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 & 3 \\ 2 & -2 & 0 \\ -1 & 5 & 3 \end{bmatrix}$$

R:

$$\begin{bmatrix} (-3) \cdot 0 & (-3) \cdot 1 & (-3) \cdot 3 \\ (-3) \cdot 2 & (-3) \cdot (-2) & (-3) \cdot 0 \\ (-3) \cdot (-1) & (-3) \cdot 5 & (-3) \cdot 3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & -3 & -9 \\ -6 & 6 & 0 \\ 3 & -15 & -9 \end{bmatrix}$$

Multiplicação de matrizes

Exercício 3: Dadas as matrizes

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 1 & 4 & -1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 3 \\ 5 & -1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 5 & 3 & -1 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix}$$

Calcule se possível os seguintes produtos

- $A \times B$
- $B \times C$
- $A \times D$

R:

a) $A_{2 \times 3} \times B_{3 \times 2} = D_{2 \times 2}$

$\begin{bmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 1 & 4 & -1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 3 \\ 5 & -1 \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 1 & 4 & -1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 11 & -4 \\ -3 & 14 \end{bmatrix}$

b) $B_{3 \times 2} \times C_{2 \times 3} = E_{3 \times 3}$

$$\begin{array}{c|c} & \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 5 & 3 & -1 \end{bmatrix} \\ \hline \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 3 \\ 5 & -1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 9 & 5 & -1 \\ 15 & 9 & -3 \\ 5 & 2 & 1 \end{bmatrix} \end{array}$$

c) $A_{2 \times 3} \times D_{3 \times 1} = F_{2 \times 1}$

$$\begin{array}{c|c} & \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix} \\ \hline \begin{bmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 1 & 4 & -1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} -1 \\ 11 \end{bmatrix} \end{array}$$

Exercício 4: Dadas as matrizes $A_{2 \times 5}$, $B_{5 \times 3}$ e $C_{3 \times 5}$, quais são possíveis produtos de matrizes.

- a) $A \times B$ e $C \times A$
- b) $A \times B$ e $B \times A$
- c) $A \times B$ e $C \times B$

R: O número de colunas da matriz A é igual ao número de linhas da matriz B logo o produto $A \times B$ é possível. Já o número de colunas da matriz C é diferente do número de linhas da matriz A , então o produto $C \times A$ não é possível. O número de colunas da matriz B é diferente do número de linhas da matriz A , logo o produto $B \times A$ não é possível. Já o número de colunas da matriz C é igual o número de linhas da matriz B , logo o produto $C \times B$ é possível. O produto $A \times B = D_{2 \times 3}$ e $C \times B = E_{3 \times 3}$.

Referências

VIEIRA, I. L. Matemática 2º Ano – 3º Bimestre/2012 Plano de Trabalho 1: Matrizes e determinantes. Disponível em:

<https://canal.cecierj.edu.br/012016/a9fa74e96db19a49202d4be125072603.pdf>. Acesso em: 16 mai. 2022.

Relatório 5- 1ºA 19/05/2022

No dia 19 de maio realizamos a regência na turma do 1º ano A de duas aulas geminadas, com início às 07:10 e término às 8:50, neste dia estavam presentes 16 alunos. Iniciamos a aula comentando que na sexta-feira, dia 20 de maio, iríamos realizar uma prova referente ao conteúdo de multiplicação de matriz por escalar e multiplicação de matrizes. Também conversamos com a turma sobre o dia da matemática comemorado em 06 de maio, mas faríamos uma atividade com alguns jogos e problemas matemáticos com eles no dia 26 de maio.

Após isso, começamos corrigindo o exemplo 2 da última aula, perguntamos se algum dos alunos havia terminado em casa. Como nenhum deles havia resolvido, corrigimos no quadro. Depois da correção entregamos uma folha com os exercícios de revisão do conteúdo para a prova.

Fizemos a leitura do primeiro exercício, neste havia uma matriz $P_{2 \times 3}$ que representava a produção de uma fábrica de eletrodomésticos nos meses de junho, julho e agosto no ano de 2012. A primeira linha representava liquidificadores do tipo A e a segunda liquidificadores do tipo B, cada coluna representava um mês. A maioria dos alunos conseguiu perceber que para obter o triplo da produção deveriam multiplicar a matriz P por três. Deixamos um tempo para que os alunos terminassem esse exercício, enquanto isso auxiliávamos nas carteiras. Em seguida resolvemos no quadro, escrevemos a matriz P e depois a matriz $3P$, na qual cada elemento desta matriz era o triplo dos elementos da matriz P .

Prosseguindo, pedimos que os alunos resolvessem o segundo exercício no qual pedia para realizar a seguinte multiplicação de matriz por escalar:

$$(-3) \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 & 3 \\ 2 & -2 & 0 \\ -1 & 5 & 3 \end{bmatrix}$$

Os alunos observaram que deveriam fazer o mesmo que no exercício anterior, multiplicar cada elemento da matriz por -3. Após um tempo deixado para que os alunos resolvessem o exercício, fizemos a correção no quadro.

Após isso, solicitamos que os alunos fizessem o terceiro exercício, no qual eram dadas as matrizes

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 1 & 4 & -1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 3 \\ 5 & -1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 5 & 3 & -1 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix}$$

e deveriam calcular se possível os seguintes produtos a) $A \times B$, b) $B \times C$ e c) $A \times D$.

Novamente deixamos alguns minutos para que os alunos resolvessem, e nesse tempo auxiliávamos individualmente em suas carteiras. Notamos que alguns alunos estavam utilizando o método de Falks para o cálculo, porém no esquema eles trocavam os lugares ao

escrever as matrizes, dessa forma nem sempre será possível realizar o produto. Então pedimos para que os alunos retomassem o método e olhassem cada produto a ser calculado. Assim, os alunos perceberam o equívoco e puderam corrigir. Deixamos mais um tempo para terminarem e depois corrigimos no quadro. Começamos com o produto $A \times B$, escrevemos as matrizes como no esquema de Falks e fizemos a multiplicação passo a passo.

$$\begin{array}{c|c}
 A \times B & \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 3 \\ 5 & -1 \end{bmatrix} \\
 \hline
 \begin{bmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 1 & 4 & -1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 3 \times 2 + (-2) \times 0 + 1 \times 5 & 3 \times 1 + (-2) \times 3 + 1 \times (-1) \\ 1 \times 2 + 4 \times 0 + (-1) \times 5 & 1 \times 1 + 4 \times 3 + (-1) \times (-1) \end{bmatrix}
 \end{array}$$

E obtemos como resultado a matriz

$$\begin{bmatrix} 11 & -4 \\ -3 & 14 \end{bmatrix}$$

Este foi o único produto que conseguimos corrigir no quadro pois tocou o sinal do término da aula. Pedimos que os alunos terminassem este exercício e também o quarto exercício da folha para estudarem para a avaliação do dia seguinte.

Plano de aula 5- 1B 19/05/2022

Público-alvo: Alunos do 1º ano do ensino médio.

Conteúdo: Multiplicação de matrizes.

Objetivo geral: Trabalhar a multiplicação de matrizes.

Objetivos específicos: Ao se trabalhar com multiplicação de matrizes, objetiva-se que o aluno seja capaz de:

- Compreender o processo de multiplicação de matrizes;
- Identificar quando podemos realizar a multiplicação de matrizes;
- Resolver problemas que envolvam multiplicação de matrizes.

Recursos didáticos: Atividade impressa, quadro, giz.

Duração: 1 hora/aula.

Encaminhamento metodológico: Nesta aula vamos trabalhar resoluções de exercícios sobre o conteúdo de multiplicação de matrizes.

Multiplicação de matriz por número real

Exercício 1: A filial de uma determinada empresa de televisores decide dobrar sua produção diária de televisores no mesmo período do ano seguinte. A matriz A abaixo possui uma linha

para os meses de janeiro e fevereiro e uma coluna para o modelo 1, modelo 2 e modelo 3 de televisor. Calcule qual será a nova quantidade de televisores produzidos.

$$A = \begin{bmatrix} 49 & 60 & 70 \\ 90 & 48 & 73 \end{bmatrix}$$

R:

$$\begin{aligned} 2A &= 2 \begin{bmatrix} 49 & 60 & 70 \\ 90 & 48 & 73 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 2 \times 49 & 2 \times 60 & 2 \times 70 \\ 2 \times 90 & 2 \times 48 & 2 \times 73 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 98 & 120 & 140 \\ 180 & 96 & 146 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Exercício 2: Faça a multiplicação de matrizes por um número real a seguir:

$$(-3) \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 3 & -2 & 0 \\ -1 & 3 & 5 \end{bmatrix}$$

R:

$$\begin{aligned} &\begin{bmatrix} (-3) \cdot 0 & (-3) \cdot 1 & (-3) \cdot 2 \\ (-3) \cdot 3 & (-3) \cdot (-2) & (-3) \cdot 0 \\ (-3) \cdot (-1) & (-3) \cdot 3 & (-3) \cdot 5 \end{bmatrix} \\ &\begin{bmatrix} 0 & -3 & -6 \\ -9 & 6 & 0 \\ 3 & -9 & -15 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Multiplicação de matrizes

Exercício 3: Dadas as matrizes

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 1 & 0 & 3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 3 \\ 6 & 2 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 3 & 4 & -1 \end{bmatrix} \text{ e } D = \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \\ 5 \end{bmatrix}.$$

Calcule se possível os seguintes produtos

d) $A \times B$

e) $B \times C$

f) $A \times D$

Resolução:

a) $A_{2 \times 3} \times B_{3 \times 2} = D_{2 \times 2}$

$$\begin{array}{c|c} & \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 3 \\ 6 & 2 \end{bmatrix} \\ \hline \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 1 & 0 & 3 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} -13 & 3 \\ 17 & 7 \end{bmatrix} \end{array}$$

b) $B_{3 \times 2} \times C_{2 \times 3} = E_{3 \times 3}$

$$c) A_{2 \times 3} \times D_{3 \times 1} = F_{2 \times 1}$$

	$\begin{bmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 3 & 4 & -1 \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 3 \\ 6 & 2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -1 & 2 & -2 \\ 9 & 12 & -3 \\ 30 & 20 & 4 \end{bmatrix}$
	$\begin{bmatrix} 1 \\ 4 \\ 5 \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 1 & 0 & 3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -1 \\ 16 \end{bmatrix}$

Exercício 4: Dadas as matrizes $A_{2 \times 4}$, $B_{4 \times 3}$ e $C_{2 \times 4}$, quais são possíveis produtos de matrizes. Dos produtos possíveis quais serão as ordens das matrizes resultantes.

- a) $A \times B$ e $C \times A$
- b) $A \times B$ e $B \times A$
- c) $A \times B$ e $C \times B$

R: O número de colunas da matriz A é igual ao número de linhas da matriz B , logo o produto $A \times B$ é possível. Já o número de colunas da matriz C é diferente do número de linhas da matriz A , então o produto $C \times A$ não é possível. O número de colunas da matriz B é diferente do número de linhas da matriz A , logo o produto $B \times A$ não é possível. Já o número de colunas da matriz C é igual o número de linhas da matriz B , logo o produto $C \times B$ é possível. O produto $A \times B = D_{2 \times 3}$ e $C \times B = E_{2 \times 3}$.

Referências

VIEIRA, I. L. Matemática 2º Ano – 3º Bimestre/2012 Plano de Trabalho 1: Matrizes e determinantes. Disponível em:

<https://canal.cecierj.edu.br/012016/a9fa74e96db19a49202d4be125072603.pdf>. Acesso em: 16 mai. 2022.

Relatório 5- 1ºB 19/05/2022

No dia 19 de maio realizamos a regência na turma do 1º ano B de duas aulas, com início às 08:50 e término às 10:45, sendo que entre essas aulas ocorreu o intervalo das 09:40 às 09:55.,

neste dia estavam presentes 18 alunos. Como também aplicaríamos uma avaliação nesta turma iniciamos conversando sobre isso. Comentamos que na sexta-feira, dia 20 de maio, iríamos realizar uma prova referente ao conteúdo de multiplicação de matriz por escalar e multiplicação de matrizes. Também mencionamos sobre o dia da matemática comemorado em 06 de maio, porém faríamos uma atividade com alguns jogos e problemas matemáticos com eles no dia 26 de maio.

Nesta turma também iniciamos com a correção do exemplo 2 planejado para a aula anterior.

Exemplo 2: Sejam $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \\ 4 & 0 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 4 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & -3 \end{bmatrix}$. Determine $A \times B$.

No dia 13 de maio havíamos começado a resolvê-lo, porém com o término da aula não conseguimos finalizá-lo. Então iniciamos resolvendo este exemplo. Escrevemos as matrizes A e B no esquema de Falks e fizemos a multiplicação.

Em seguida fizemos a leitura do primeiro exercício, no qual uma empresa de televisores queria dobrar sua produção no mesmo período do ano seguinte. Em uma matriz A estavam as quantidades de televisores produzidos sendo que havia uma linha para cada mês janeiro e fevereiro e uma coluna para o modelo 1, modelo 2 e modelo 3 de televisor. Deixamos os alunos tentarem resolver. Então começamos a ir às carteiras auxiliá-los. A maioria dos alunos logo percebeu que para obter o dobro da quantidade de televisores deveriam multiplicar a matriz A por dois e começaram as contas.

Deixamos alguns minutos para que os alunos terminassem esse exercício, durante isso, auxiliávamos nas carteiras. Em seguida resolvemos no quadro, escrevemos a matriz A e depois a matriz $2A$, na qual cada elemento desta matriz era o dobro dos elementos da matriz A .

Após isso, pedimos que os alunos resolvessem o segundo exercício no qual pedia para realizar a seguinte multiplicação de matriz por escalar:

$$(-3) \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 3 & -2 & 0 \\ -1 & 3 & 5 \end{bmatrix}$$

Os alunos do 1ºB também notaram que poderiam seguir o mesmo processo que no primeiro exercício, multiplicar cada elemento da matriz por -3. Após um tempo deixado para que os alunos resolvessem o exercício, fizemos a correção no quadro.

Após isso, solicitamos que os alunos fizessem o terceiro exercício, no qual eram dadas as matrizes

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 1 & 0 & 3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 3 \\ 6 & 2 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 3 & 4 & -1 \end{bmatrix} \text{ e } D = \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \\ 5 \end{bmatrix}$$

e deveriam calcular se possível os seguintes produtos a) $A \times B$, b) $B \times C$ e c) $A \times D$.

Da mesma forma que ocorreu no 1ºA, deixamos alguns minutos para que os alunos resolvessem, e nesse tempo auxiliávamos individualmente em suas carteiras. Os alunos também estavam utilizando o método de Falks para o cálculo, e alguns cometeram o mesmo equívoco da outra turma, no esquema eles trocavam os lugares ao escrever as matrizes, dessa forma nem sempre será possível realizar o produto. Então pedimos para que os alunos olhassem novamente o método e pensassem em cada produto a ser calculado pois deveriam ter cuidado ao escrever as matrizes no esquema. Assim, os alunos perceberam o equívoco e puderam concertar o erro. Após algum tempo para terminarem corrigimos o exercício no quadro. Começamos com o produto $A \times B$, escrevemos as matrizes como no esquema de Falks e fizemos a multiplicação passo a passo.

$$\begin{array}{c|c}
 A \times B & B = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 3 \\ 6 & 2 \end{bmatrix} \\
 \hline
 A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 1 & 0 & 3 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 1 \times (-1) + 2 \times 0 + (-2) \times 6 & 1 \times 1 + 2 \times 3 + (-2) \times 2 \\ 1 \times (-1) + 0 \times 0 + 3 \times 6 & 1 \times 1 + 0 \times 3 + 3 \times 2 \end{bmatrix}
 \end{array}$$

Que resulta na matriz

$$\begin{bmatrix} -13 & 3 \\ 17 & 7 \end{bmatrix}$$

Também não conseguimos corrigir mais nenhum produto de matrizes no quadro pois tocou o sinal do término da aula, porém pedimos que terminassem os exercícios em casa para a prova no dia seguinte.

Plano de aula 6 – 1B 20/05/2022

Público-Alvo: Alunos do 1º ano do ensino médio.

Conteúdo: Multiplicação de uma matriz por um número real e multiplicação de matrizes.

Objetivo Geral: Entender a multiplicação de uma matriz por um número real e multiplicação de matrizes.

Objetivos Específicos: Objetiva-se que o aluno seja capaz de:

- Realizar o processo de multiplicação de matrizes por um número real e multiplicação de matrizes;
- Identificar quando podemos realizar a multiplicação de matrizes;

- Resolver problemas que envolvam multiplicação de matrizes e multiplicação de matrizes por um escalar.

Recursos Didáticos: Atividade impressa.

Duração: 1 hora/aula.

Encaminhamento metodológico:

Iniciaremos com a entrega de uma avaliação impressa para cada aluno sobre multiplicação de uma matriz por um número real e multiplicação de matrizes. Será composta por três questões, algumas possuindo alternativas. Alertaremos que a partir desse momento será expressamente proibido conversa com os demais alunos e em caso de dúvida poderiam perguntar aos professores. Em seguida faremos a leitura de toda a prova para a turma e autorizaremos o início da avaliação.

Enquanto houver alunos fazendo a prova ficaremos distribuídos em locais estratégicos da sala a fim de evitar e perceber tentativas de consulta com outros alunos, celular ou material.

- 1) Realize a multiplicação de uma matriz por um número real a seguir:

a) $2 \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} =$

R:

$$\begin{aligned} 2 \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} &= \\ \begin{bmatrix} 2 \cdot 0 & 2 \cdot 1 \\ 2 \cdot 2 & 2 \cdot 5 \end{bmatrix} &= \\ \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 4 & 10 \end{bmatrix} & \end{aligned}$$

b) $3 \cdot \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 5 & -4 & 3 \end{bmatrix} =$

R:

$$\begin{aligned} 3 \cdot \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 5 & -4 & 3 \end{bmatrix} &= \\ \begin{bmatrix} 3 \cdot 2 & 3 \cdot 0 & 3 \cdot (-1) \\ 3 \cdot 5 & 3 \cdot (-4) & 3 \cdot 3 \end{bmatrix} &= \\ \begin{bmatrix} 6 & 0 & -3 \\ 15 & -12 & 9 \end{bmatrix} & \end{aligned}$$

- 2) O dono de uma rede de padarias mantém registrado cada tipo de pão vendido em três de suas lojas, para controlar a compra de suprimentos sem precisar manter um estoque elevado. A tabela abaixo mostra a venda durante a semana.

	Loja 1	Loja 2	Loja 3
Pão francês	620	790	730
Baguete	49	40	37
Pão doce	230	189	177

Sabendo-se que foi vendido o triplo dos três produtos nas três lojas na semana anterior, calcule a quantidade de cada produto vendido em cada loja. Assinale a alternativa correta:

a.
$$\begin{bmatrix} 1240 & 1580 & 1460 \\ 98 & 80 & 74 \\ 460 & 378 & 354 \end{bmatrix}$$

b.
$$\begin{bmatrix} 622 & 792 & 732 \\ 51 & 42 & 39 \\ 232 & 191 & 179 \end{bmatrix}$$

c.
$$\begin{bmatrix} 420 & 230 & 210 \\ 148 & 620 & 121 \\ 2190 & 1167 & 581 \end{bmatrix}$$

d.
$$\begin{bmatrix} 1860 & 2370 & 2190 \\ 147 & 120 & 111 \\ 690 & 567 & 531 \end{bmatrix}$$

R:

Basta multiplicar cada tipo de pão de cada loja por 3, ou seja, multiplicar por 3 a seguinte matriz:

$$\begin{bmatrix} 620 & 790 & 730 \\ 49 & 40 & 37 \\ 230 & 189 & 177 \end{bmatrix}$$

Assim,

$$3 \cdot \begin{bmatrix} 620 & 790 & 730 \\ 49 & 40 & 37 \\ 230 & 189 & 177 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 3 \cdot 620 & 3 \cdot 790 & 3 \cdot 730 \\ 3 \cdot 49 & 3 \cdot 40 & 3 \cdot 37 \\ 3 \cdot 230 & 3 \cdot 189 & 3 \cdot 177 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 1860 & 2370 & 2190 \\ 147 & 120 & 111 \\ 690 & 567 & 531 \end{bmatrix}$$

3) Considerando as matrizes A e B abaixo. Responda as questões a seguir:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 5 \\ 1 & 3 & -1 \end{bmatrix}$$

- Qual a ordem da matriz A?
- Qual a ordem da matriz B?
- É possível fazer o produto AxB ? Caso positivo, determine a matriz C tal que $AxB=C$.
- É possível fazer o produto BxA ? Caso positivo, determine a matriz D tal que $BxA=D$.

R:

- A ordem da matriz A é 3×2 .
- A ordem da matriz B é 2×3 .
- Sim, pois o número de colunas de A é igual ao número de colunas de B.

$$AxB = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 0 & 5 \\ 1 & 3 & -1 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 7 & 9 & 7 \\ 1 & 3 & -1 \\ 3 & 3 & 4 \end{bmatrix}$$

- Sim, pois o número de colunas de B é igual ao número de colunas de A.

$$B \times A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 5 \\ 1 & 3 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} 9 & 11 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$$

- 4) **Desafio:** As mensagens entre duas agências de espionagem, Gama e Rapa, são trocadas usando uma linguagem de códigos, onde cada número inteiro entre 0 e 25 representa uma letra, conforme mostra a tabela a seguir:

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
7	10	22	9	5	4	18	2	17	25	23	12	14

N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
8	1	19	15	20	21	11	3	16	24	6	13	0

A agência Gama enviou para a Rapa o nome de um espião codificado na matriz

$$A = \begin{bmatrix} 11 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$$

Para decodificar uma palavra de cinco letras, dada por uma matriz A , de ordem 5×1 , formada por inteiros entre 0 e 25, deve-se multiplicá-la pela matriz de conversão.

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 9 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 5 & 20 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 7 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

e, usando-se a tabela dada, converter os números em letras. Utilizando-se esse processo, conclui-se que o nome do espião é:

- a) DIEGO
- b) SHUME
- c) SADAN
- d) RENAN
- e) RAMON

R:

Multiplicando a matriz A por C temos

$$C \times A = \begin{bmatrix} 1 & 9 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 5 & 20 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 7 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 11 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 11 + 9 + 0 + 0 + 0 \\ 0 + 3 + 0 + 0 + 4 \\ 0 + 0 + 0 + 0 + 14 \\ 0 + 1 + 0 + 0 + 0 \\ 0 + 2 + 0 + 0 + 6 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 20 \\ 7 \\ 14 \\ 1 \\ 8 \end{bmatrix}$$

Assim da tabela de correspondência dos números com o alfabeto temos que a alternativa correta é a e) RAMON.

Avaliação: Será avaliado a prova impressa entregue pelos alunos.

Relatório 6- 1ºB 20/05/2022

No dia 20 de maio realizamos a regência de uma aula na turma do 1º ano B, com início às 10:45 e término às 11:35. Nesta aula estavam presentes 21 alunos. Iniciamos solicitando que todos os alunos se sentassem e pegassem lápis, caneta e borracha. Após a sala estar organizada começamos a distribuir a avaliação impressa. Feito isso, começamos a fazer a leitura das questões para a turma, explicamos que a última questão se tratava de uma nota extra. Com isso permitimos o início da resolução da avaliação, destacando que teriam até às 11:35 para realização.

Enquanto os alunos iam resolvendo, alguns possuíam algumas dúvidas então íamos até a carteira escutávamos qual era o questionamento, caso fosse algo sobre a escrita da questão ou algo do tipo prestávamos um auxílio, caso fosse dúvida referente a conceito, algoritmo ou conteúdo de matrizes, explicávamos que infelizmente não poderíamos responder por se tratar de uma avaliação.

De modo geral, a aula foi bem tranquila, ficamos caminhando pela sala, tomando os devidos cuidados para não os atrapalhar. Faltando aproximadamente 15 minutos para o término da aula, alguns alunos começaram a integrar a avaliação. Quando faltava 5 minutos para o fim, avisamos para irem finalizando pois só tinha mais 5 minutos de aula. Até o término da aula todos entregaram a avaliação, então comentamos que na próxima semana iríamos nos encontrar novamente, pois faríamos uma gincana da matemática na escola e assim dispensamos para que fossem para casa pois havia tocado o sinal.

Plano de aula 6- 1ºA 20/05/2022

Público-Alvo: Alunos do 1º ano do ensino médio.

Conteúdo: Multiplicação de uma matriz por um número real e multiplicação de matrizes.

Objetivo Geral: Entender a multiplicação de uma matriz por um número real e multiplicação de matrizes.

Objetivos Específicos: Objetiva-se que o aluno seja capaz de:

- Realizar o processo de multiplicação de matrizes por um número real e multiplicação de matrizes;
- Identificar quando podemos realizar a multiplicação de matrizes;

- Resolver problemas que envolvam multiplicação de matrizes e multiplicação de matrizes por um escalar.

Recursos Didáticos: Atividade impressa.

Duração: 1 hora/aula.

Encaminhamento metodológico:

Iniciaremos com a entrega de uma avaliação impressa para cada aluno sobre multiplicação de uma matriz por um número real e multiplicação de matrizes. Será composta por três questões, algumas possuindo alternativas. Alertaremos que a partir desse momento será expressamente proibido conversa com os demais alunos e em caso de dúvida poderiam perguntar aos professores. Em seguida faremos a leitura de toda a prova para a turma e autorizaremos o início da avaliação.

Enquanto houver alunos fazendo a prova ficaremos distribuídos em locais estratégicos da sala a fim de evitar e perceber tentativas de consulta com outros alunos, celular ou material.

5) Realize a multiplicação de uma matriz por um número real a seguir:

$$b) 2 \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 5 & 2 \end{bmatrix} =$$

R:

$$\begin{aligned} 2 \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 5 & 2 \end{bmatrix} &= \\ \begin{bmatrix} 2 \cdot 1 & 2 \cdot 0 \\ 2 \cdot 5 & 2 \cdot 2 \end{bmatrix} &= \\ \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 10 & 4 \end{bmatrix} & \end{aligned}$$

$$b) 3 \cdot \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 3 & -4 & 5 \end{bmatrix} =$$

R:

$$\begin{aligned} 3 \cdot \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 3 & -4 & 5 \end{bmatrix} &= \\ \begin{bmatrix} 3 \cdot 2 & 3 \cdot 0 & 3 \cdot (-1) \\ 3 \cdot 3 & 3 \cdot (-4) & 3 \cdot 5 \end{bmatrix} &= \\ \begin{bmatrix} 6 & 0 & -3 \\ 9 & -12 & 15 \end{bmatrix} & \end{aligned}$$

6) O dono de uma rede de padarias mantém registrado cada tipo de pão vendido em três de suas lojas, para controlar a compra de suprimentos sem precisar manter um estoque elevado. A tabela abaixo mostra a venda durante a semana.

	Loja 1	Loja 2	Loja 3
Pão francês	620	790	730
Baguete	49	40	37
Pão doce	230	189	177

Sabendo-se que foi vendido o triplo dos três produtos nas três lojas na semana anterior, calcule a quantidade de cada produto vendido em cada loja. Assinale a alternativa correta:

a.
$$\begin{bmatrix} 1240 & 1580 & 1460 \\ 98 & 80 & 74 \\ 460 & 378 & 354 \end{bmatrix}$$

b.
$$\begin{bmatrix} 622 & 792 & 732 \\ 51 & 42 & 39 \\ 232 & 191 & 179 \end{bmatrix}$$

c.
$$\begin{bmatrix} 420 & 230 & 210 \\ 148 & 620 & 121 \\ 2190 & 1167 & 581 \end{bmatrix}$$

d.
$$\begin{bmatrix} 1860 & 2370 & 2190 \\ 147 & 120 & 111 \\ 690 & 567 & 531 \end{bmatrix}$$

R:

Basta multiplicar cada tipo de pão de cada loja por 3, ou seja, multiplicar por 3 a seguinte matriz:

$$\begin{bmatrix} 620 & 790 & 730 \\ 49 & 40 & 37 \\ 230 & 189 & 177 \end{bmatrix}$$

Assim,

$$3 \cdot \begin{bmatrix} 620 & 790 & 730 \\ 49 & 40 & 37 \\ 230 & 189 & 177 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 3 \cdot 620 & 3 \cdot 790 & 3 \cdot 730 \\ 3 \cdot 49 & 3 \cdot 40 & 3 \cdot 37 \\ 3 \cdot 230 & 3 \cdot 189 & 3 \cdot 177 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 1860 & 2370 & 2190 \\ 147 & 120 & 111 \\ 690 & 567 & 531 \end{bmatrix}$$

7) Considerando as matrizes A e B abaixo. Responda as questões a seguir:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 5 & 3 & -1 \end{bmatrix}$$

- Qual a ordem da matriz A?
- Qual a ordem da matriz B?
- É possível fazer o produto AxB ? Caso positivo, determine a matriz C tal que $AxB=C$.
- É possível fazer o produto BxA ? Caso positivo, determine a matriz D tal que $BxA=D$.

R:

- A ordem da matriz A é 3×2 .
- A ordem da matriz B é 2×3 .
- Sim, pois o número de colunas de A é igual ao número de colunas de B.

$$AxB = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 5 & 3 & -1 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 19 & 9 & -1 \\ 5 & 3 & -1 \\ 7 & 3 & 0 \end{bmatrix}$$

- Sim, pois o número de colunas de B é igual ao número de colunas de A.

$$B \times A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 5 & 3 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} 5 & 7 \\ 9 & 17 \end{bmatrix}$$

- 8) **Desafio:** As mensagens entre duas agências de espionagem, Gama e Rapa, são trocadas usando uma linguagem de códigos, onde cada número inteiro entre 0 e 25 representa uma letra, conforme mostra a tabela a seguir:

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
7	10	22	9	5	4	18	2	17	25	23	12	14

N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
8	1	19	15	20	21	11	3	16	24	6	13	0

A agência Gama enviou para a Rapa o nome de um espião codificado na matriz

$$A = \begin{bmatrix} 11 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$$

Para decodificar uma palavra de cinco letras, dada por uma matriz A , de ordem 5×1 , formada por inteiros entre 0 e 25, deve-se multiplicá-la pela matriz de conversão.

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 9 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 5 & 20 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 7 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

e, usando-se a tabela dada, converter os números em letras. Utilizando-se esse processo, conclui-se que o nome do espião é:

- a) DIEGO
- b) SHUME
- c) SADAN
- d) RENAN
- e) RAMON

R:

Multiplicando a matriz A por C temos

$$\begin{aligned} C \times A &= \begin{bmatrix} 1 & 9 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 5 & 20 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 7 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 11 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 11 + 9 + 0 + 0 + 0 \\ 0 + 3 + 0 + 0 + 4 \\ 0 + 0 + 0 + 0 + 14 \\ 0 + 1 + 0 + 0 + 0 \\ 0 + 2 + 0 + 0 + 6 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 20 \\ 7 \\ 14 \\ 1 \\ 8 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Assim da tabela de correspondência dos números com o alfabeto temos que a alternativa correta é a e) RAMON.

Avaliação: Será avaliado a prova impressa entregue pelos alunos.

Relatório 6- 1ºA 20/05/2022

No dia 20 de maio realizamos a regência de uma aula na turma do 1º ano A, com início às 11:35 e término às 12:20. Nesta aula estavam presentes 18 alunos. Iniciamos solicitando que todos os alunos se sentassem e pegassem lápis, caneta e borracha. Após a sala estar organizada começamos a distribuir a avaliação impressa. Feito isso, começamos a fazer a leitura das questões para a turma, explicamos que a última questão se tratava de uma nota extra. Com isso permitimos o início da resolução da avaliação, destacando que teriam até às 12:20 para realização.

Enquanto os alunos iam resolvendo, alguns possuíam algumas dúvidas então íamos até a carteira escutávamos qual era o questionamento, caso fosse algo sobre a escrita da questão ou algo do tipo prestávamos um auxílio, caso fosse dúvida referente a conceito, algoritmo ou conteúdo de matrizes, explicávamos que infelizmente não poderíamos responder por se tratar de uma avaliação.

De modo geral, a aula foi bem tranquila, ficamos caminhando pela sala, tomando os devidos cuidados para não os atrapalhar. Faltando aproximadamente 15 minutos para o término da aula, alguns alunos começaram a integrar a avaliação. Quando faltava 5 minutos para o fim, avisamos para irem finalizando pois só tinha mais 5 minutos de aula. Até o término da aula todos entregaram a avaliação, então comentamos que na próxima semana iríamos nos encontrar novamente, pois faríamos uma gincana da matemática na escola e assim dispensamos para que fossem para casa pois havia tocado o sinal.

6. PROJETO DIA DA MATEMÁTICA

1. INTRODUÇÃO

Este projeto tem por objetivo descrever as atividades a serem desenvolvidas em comemoração ao Dia Nacional da Matemática, elaborado como trabalho complementar de Metodologia e Prática de Ensino de Matemática – Estágio Supervisionado II, do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual do Oeste do Paraná.

A justificativa para o desenvolvimento deste projeto é devido a necessidade de trabalharmos nas escolas de maneira a cativar e desenvolver o interesse do aluno pela matemática. Além disto, divulgar o dia 6 de maio, dia Nacional da Matemática, apresentando a lei nº 12.835, sancionada em 26 de junho de 2013, que instituiu oficialmente esta data e a relação deste dia com a história de Malba Tahan.

Segundo D'Ambrosio (s.d., p. 1), “há um risco de desaparecimento da Matemática, como vem sendo praticada atualmente no currículo, como disciplina autônoma dos sistemas

escolares, pois ela se mostra, na sua maior parte, obsoleta, inútil e desinteressante”. Levando isto em consideração, vemos a necessidade de elaboração de novos projetos de ensino e metodologias inovadoras capazes de desenvolver uma aprendizagem matemática significativa.

Diante disto, o Dia Nacional da Matemática pode ser uma excelente oportunidade para divulgar novas formas de ensinar matemática e estimular a implantação de novas práticas de ensino através de mídias e de atividades contextualizadas.

2. OBJETIVOS

2.1. OBJETIVOS GERAIS

- Divulgar o Dia Nacional da Matemática e promover a integração dos alunos
- Elencar fatos históricos importantes, estimulando os alunos a relacionar a história da matemática com sua aplicação na atualidade.
- Realizar atividades lúdicas e dinâmicas envolvendo conteúdos de matemática;

2.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Com a realização do projeto em questão, pretende-se que os alunos possam

- Obter o conhecimento da existência do Dia Nacional da Matemática, da lei federal que o rege e a relação desta data com a história de Malba Tahan;
- Conhecer um pouco da história de Malba Tahan e suas publicações, bem como seus principais contos e livros;
- Ter um momento de recreação, trabalhando a matemática de forma divertida e interessante.

3. METODOLOGIA

A turma será dividida em grupos de quatro ou cinco pessoas, sendo que cada grupo será identificado com uma cor. Cada atividade terá uma pontuação e um tempo correspondente variando de acordo com o nível de dificuldade da atividade, ou seja, quanto mais complexa, maior o tempo e a pontuação. Para pontuar, os grupos deverão realizar e responder corretamente todas as atividades propostas dentro do tempo estipulado para cada atividade.

Ao todo, serão realizadas 6 atividades para as turmas do ensino fundamental e médio, todos os grupos irão realizar as mesmas atividades simultaneamente.

Para a realização deste projeto, os alunos serão dispensados durante o horário da aula de matemática. Ali ocorrerão as seguintes atividades:

ETAPA 1 (Apresentação do Projeto):

Para iniciar, em sala de aula será explicado sobre o dia matemática para os alunos.

No dia 26 de junho de 2013 o Congresso Nacional transformou em Lei Ordinária o projeto que institui em Lei o dia 6 de maio como o dia Nacional da Matemática. Este dia é comemorado em homenagem a Julio Cesar de Mello e Souza.

O professor de matemática Julio Cesar de Mello nasceu no dia 6 de maio de 1895. Começou a lecionar com apenas 18 anos, também se formou em Engenharia Civil, mas nunca exerceu esta profissão devido ao seu amor pela escrita e pela matemática. Com o pseudônimo Ali Iezid Izz-Edim Ibn Salim Hank Malba Tahan, Julio Cesar se tornou conhecido escrevendo histórias que envolviam matemática. Julio publicava suas obras em um jornal local e assinava usando o pseudônimo pois tinha medo de que suas histórias não fossem aceitas pela sociedade em geral.

Julio era grande admirador da cultura árabe, por esse motivo, suas obras são carregadas por traços dessa cultura. Após vários contos escritos e assinados com o pseudônimo, em 1925, Julio lançou seu primeiro livro: Contos de Malba Tahan. Com a fama do livro, em 1933 Julio Cesar foi reconhecido como autor da obra.

Malba Tahan, famoso escritor árabe, descendente de uma família muçulmana, nasceu no dia 6 de maio de 1885 em uma aldeia chamada Muzalit. Realizou seus primeiros estudos no Cairo e, mais tarde, mudou-se para Constantinopla onde concluiu seus estudos de Ciências Sociais.

A convite de seu amigo Emir Abd El-Azziz Bem Ibrahim, exerceu durante vários anos a função de “quaimaquam” na cidade de El-Medina. Após a morte de seu pai em 1912, recebeu uma grande herança e pode largar seu cargo e iniciou uma longa viagem através de várias partes do mundo.

Atravessou a China, o Japão, a Rússia, grande parte da Índia e da Europa, observando os diferentes costumes dos povos. Entre suas obras mais notáveis estão: Roba el-Khali, Al-Saneir, Sama-Ullah, Maktub, Lendas do Deserto e muitas outras. Malba Tahan faleceu em julho de 1921, nas proximidades de El-Riad, em combate pela liberdade de uma pequena tribo na Arábia Central.

ETAPA 2 (Circuito de Jogos):

As atividades que serão realizadas durante o dia estão descritas a seguir:

ATIVIDADE 1:

- Os 4 quatros

Os alunos deverão escrever os números de 0 a 10 por meio de apenas quatro algarismos 4 e das operações de soma, subtração, multiplicação e divisão. Eles receberão o quadro a seguir:

Números	Resposta:
0	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	

Espera-se que os alunos entreguem o quadro respondido, de forma a se aproximar ou parecer com o modelo mostrado a seguir. Destaca-se ainda que eles podem acabar encontrando outras formas de representar alguns números nessa atividade, no entanto, desde que a resposta esteja correta, ou seja, ao realizar as operações resulta no número esperado, então será considerado como correto.

Números	Resposta:
0	$44 - 44$
1	$4 - 4 + \frac{4}{4}$
2	$\frac{4}{4} + \frac{4}{4}$
3	$\frac{4 + 4 + 4}{4}$
4	$\frac{4 - 4}{4} + 4$
5	$\frac{4 \times 4 + 4}{4}$
6	$\frac{4 + 4}{4} + 4$
7	$4 + 4 - \frac{4}{4}$
8	$\frac{4 \times 4}{4} + 4$
9	$4 + 4 + \frac{4}{4}$
10	$\frac{44 - 4}{4}$

Tempo estipulado: 10 minutos.

Pontuação: 1 ponto por acerto.

ATIVIDADE 2:

- Desafio tartaruga gato mesa

Será entregue para o grupo a imagem a seguir:

Figura 34: Desafio da mesa.



Fonte: <https://rachacuca.com.br/blog/enigmas/enigma-matematico-2/>.

O objetivo dessa atividade é descobrir qual a altura da mesa.

Resolução:

Há três incógnitas no problema, a altura da mesa, do gato e da tartaruga que serão representados pelas respectivas letras: M , G e T . Dessa forma, no lado esquerdo da figura, podemos representar a situação pela seguinte equação: $M + G - T = 170 \text{ cm}$, já no lado direito podemos representar a situação pela seguinte equação $M + T - G = 130 \text{ cm}$.

Com isso obtemos o seguinte sistema linear:

$$\begin{cases} M + G - T = 170 \text{ cm} \\ M + T - G = 130 \text{ cm} \end{cases}$$

Somando as duas linhas obtemos:

$$\begin{aligned} 2M &= (170 + 130) \text{ cm} \\ M &= \frac{300}{2} \text{ cm} = 150 \text{ cm} \end{aligned}$$

Assim, a altura da mesa é de 150 cm.

Tempo estipulado: 5 minutos.

Pontuação: 5 pontos.

ATIVIDADE 3:

- Números mágicos

Esta atividade consiste em escrever um número inteiro em cada uma das quatro figuras de forma que as quatro equações sejam satisfeitas:

Figura 35: Quadrado mágico.

$$\begin{array}{rcc}
 \square & + & \square = 8 \\
 + & & + \\
 \square & - & \square = -3 \\
 || & & || \\
 9 & & 8
 \end{array}$$

Fonte: Próprios autores.

Resolução:

Representaremos cada figura (incógnita) com uma letra da seguinte forma:

Na primeira linha teremos a equação $X + Y = 8$ e na segunda linha $Z + T = -3$, ainda, ao observar as colunas obtemos as equações $X + Z = 9$ e $Y + T = 8$. A partir disso, montamos o sistema linear

$$\left\{ \begin{array}{l}
 X + Y = 8 \\
 Z - T = -3 \\
 X + Z = 9 \\
 Y + T = 8
 \end{array} \right.$$

Igualando a primeira linha com a quarta obtemos:

$$\begin{aligned}
 X + Y &= Y + T \\
 X &= T
 \end{aligned}$$

Substituindo $X = T$ na segunda linha e em seguida somando-a com terceira obtemos:

$$\begin{aligned}
 Z - X + X + Z &= -3 + 9 \\
 2Z &= 6 \\
 Z &= 3
 \end{aligned}$$

Agora, a partir dessa informação, ao substituir na terceira linha $Z = 3$ descobrimos que

$$\begin{aligned}
 X + 3 &= 9 \\
 X &= 6 = T
 \end{aligned}$$

E por fim, substituindo $X = 6$ na primeira linha chegamos em:

$$\begin{aligned}
 6 + Y &= 8 \\
 Y &= 2
 \end{aligned}$$

Assim temos todos os valores inteiros que deverão ser preenchidos nos devidos espaços da figura 26.

Tempo estipulado: 7 minutos.

Pontuação: 5 pontos.

ATIVIDADE 4:

- Torre de Hanói

Para desenvolver essa atividade, iniciaremos apresentando o vídeo a seguir, o qual mostra no que consiste o jogo, a sua história e regras:

<https://www.youtube.com/watch?v=kaDnqjM4kp4>

Segundo FERREIRA e NASCIMENTO:

De acordo com a lenda, no grande templo de Benares, debaixo da cúpula que marca o centro do mundo, há uma placa de bronze sobre a qual estão fixadas três hastes de diamante. Em uma dessas hastes, o deus Brama, no momento da criação do mundo, colocou 64 discos de ouro puro, de forma que o disco maior ficasse sobre a placa de bronze e os outros decrescendo até chegar ao topo. A atribuição que os monges receberam foi de transferir a torre formada pelos discos, de uma haste para outra, usando a terceira como auxiliar com as restrições de movimentar um disco por vez e de nunca colocar um disco maior sobre um menor. Os monges deveriam trabalhar com eficiência noite e dia e, quando terminassem o trabalho, o templo seria transformado em pó e o mundo acabaria. O desaparecimento do mundo pode ser discutido, mas não há dúvida quanto ao desmoronamento do templo, maiores detalhes veja o final do texto. (FERREIRA; NASCIMENTO, 2016, p. 3)

Equação da quantidade mínima de movimentos:

$$2^n - 1$$

Logo, para $n = 4$ temos que

$$2^4 - 1 = 16 - 1 = 15$$

Logo, para $n = 5$ temos que

$$2^5 - 1 = 32 - 1 = 31$$

Logo, para $n = 6$ temos que

$$2^6 - 1 = 64 - 1 = 63$$

Voltar para a lenda de 64 peças e fim do mundo.

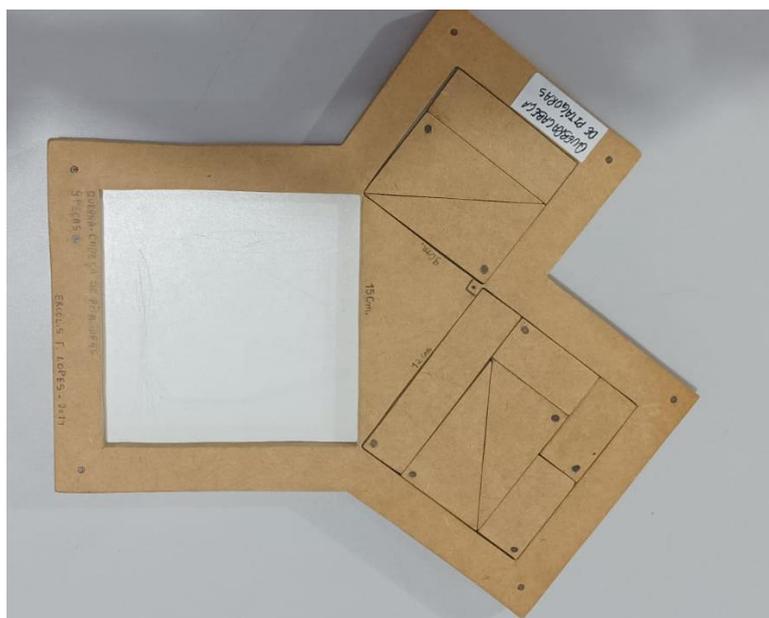
Tempo estipulado: 10 minutos.

Pontuação: 8 pontos.

ATIVIDADE 5:

- Quebra-cabeça de Pitágoras: O jogo consiste em transferir todas as peças que formam a área do quadrado com lado correspondente à medida da hipotenusa para formar as áreas dos quadrados que possuem lado correspondente a medida dos catetos. Pontuará o jogador que conseguir realizar a atividade dentro do tempo estipulado.

Figura 36: Quebra-cabeça de Pitágoras



Fonte: Próprios autores.

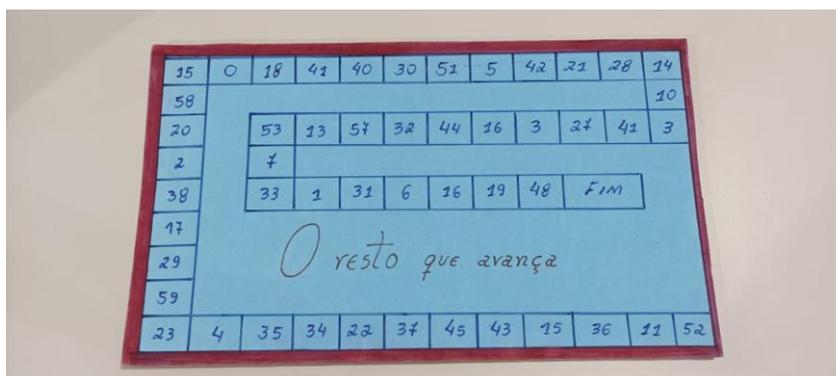
Tempo estipulado: 5 minutos.

Pontuação: 5 pontos.

ATIVIDADE 6:

- O resto que avança: Consiste em um jogo de tabuleiro composto por números aleatórios fixos, onde o jogador deve jogar dois dados e dividir o número da casa em que ele se encontra pela soma dos números dos dados, o resto da divisão que o usuário fornecerá, será a quantidade de casas que o peão irá avançar. O jogador ganhará quando chegar na última casa do tabuleiro. Esse jogo será disputado entre grupos, em que cada integrante do grupo irá competir com um integrante do grupo adversário. Cada vencedor vai receber 10 pontos e a equipe pontuará o equivalente à soma dos pontos recebidos pelos participantes nesta atividade.

Figura 37: Jogo o resto que avança,



Fonte: Próprios autores.

Tempo estipulado: 15 minutos.

ATIVIDADE 7:

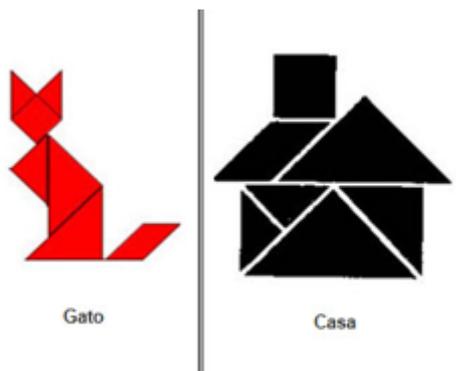
- Tangram: consiste em um quebra cabeça formado por 7 peças. Essas peças podem possuir o formato geométrico de quadrado, triângulo ou paralelogramo. O objetivo do jogo é formar a figura de um gato e posteriormente de uma casa utilizando apenas as peças do tangram. Cada figura valerá 5 pontos, logo, o jogador que conseguir montar as duas figuras ganhará 10 pontos.

Figura 38: Tangram.



Fonte: Próprios autores.

Figura 39: Exemplos das figuras gato e casa montados com o tangram.



Fonte: Próprios autores.

Tempo estimado: 10 minutos.

PÚBLICO-ALVO:

O projeto baseia-se na realização de algumas atividades relacionadas com o Dia Nacional da Matemática e alguns jogos e desafios. Tais atividades serão desenvolvidas com os alunos de 1º ano do ensino médio do período matutino e 6º, 8º, 9º anos do ensino fundamental do período vespertino do Colégio Estadual Marechal Castelo Branco.

Desta forma, almeja-se selecionar conceitos que estejam em harmonia com os níveis de conhecimento dos alunos aos quais pretendemos atingir, recordando em especial o conteúdo visto por eles no trimestre anterior.

3.1. CRONOGRAMA

O projeto foi composto de 9 horas/aula, quatro aulas no período da manhã com turmas de 1º ano do Ensino Médio e cinco aulas no período da tarde com turmas do Ensino Fundamental. No quadro a seguir estão as turmas participantes do projeto.

Quadro 15: Horários e turmas do dia da matemática.

	Manhã	Tarde
1º aula	1ºB	9ºC
2º aula	1ºB	8ºC
3º aula	1ºA	6ºC
4º aula	1ºA	8ºC
5º aula		7ºC

Fonte: Próprios autores.

4. RESULTADOS

Relatório – Dia da matemática 26/05/2022

No dia 26 de maio de 2022, realizamos o projeto do dia da matemática no Colégio Estadual Marechal Castelo Branco. Foram quatro aulas no período matutino sendo duas geminadas no 1º Ano A e duas geminadas no 1º B. No período vespertino foram cinco aulas, sendo uma no 9º C, duas no 8º C, uma no 7º B e uma no 6º C.

Às 07:10 da manhã, na turma do 1ºA estavam presentes 15 alunos. Iniciamos a aula entregando a avaliação aplicada na última aula corrigida. Em seguida, explicamos para os alunos que haveria uma gincana da matemática e acompanhamos eles até o refeitório, lugar que ocorreria tal evento. Ao chegar lá, eles foram divididos em quatro grupos e a professora começou falando que íamos realizar a gincana do dia da matemática com eles, mas que o dia da matemática aqui no Brasil era no dia 06 de maio, no entanto por questão de disponibilidade de regência, estávamos a realizar neste dia. Então foi exposto a história de Malba Tahan. Feito isso, iniciamos com a primeira atividade, o jogo dos quatro quatros. Distribuimos as cartas contendo os quatro algarismos quatros e as operações de adição, subtração, multiplicação, divisão, juntamente com os parênteses. Explicamos como funcionava o jogo, como deveriam fazer e autorizamos o início.

De modo geral, conseguiram rapidamente descobrir a resposta para o número 0 e 1. Para os demais números, alguns obtiveram mais dificuldade. Nenhum grupo conseguiu escrever todos os números (de 0 até 10) usando os quatro quatros, então após 15 minutos recolhemos as folhas com as respostas de cada grupo, corrigimos e devolvemos junto com um gabarito, explicamos que aquelas era uma das várias respostas possíveis. Um grupo acertou 7 dos 10 números, outro 6, e dois grupos acertaram 5.

Em seguida, distribuimos impresso o desafio do gato, tartaruga e mesa que consistia em descobrir a altura de uma mesa a partir de duas medidas já dadas. Nesta atividade todos os grupos conseguiram resolver corretamente, alguns foram colocando valores para o gato e a tartaruga com base nas duas alturas fornecidas no desafio, descobrindo ao final a altura da mesa. Todos os grupos pontuaram um total de 5 pontos.

Em seguida distribuimos para cada grupo uma torre de Hanói e contamos a sua história, explicando também suas regras e objetivo. Então autorizamos que começassem a tentar resolver e que teriam 10 minutos para isso. Acabamos deixando mais tempo do que o combinado, no final, todos os grupos haviam conseguido transferir a torre com os 6 discos de uma haste para outra. Com isso, todos os grupos pontuaram também 8 pontos.

Como estava se aproximando das 08h50, ou seja, término da aula, levamos os alunos de volta à sala e nos despedimos, explicando que era nosso último dia, também agradecemos os momentos de aprendizado que tivemos.

Quando o sinal da terceira aula tocou às 08h50, nos dirigimos à sala do 1º Ano B, ao qual estavam presentes 20 alunos. Distribuimos as avaliações corrigidas realizada na aula passada e explicamos que íamos ir para o refeitório fazer uma gincana. Então nos dirigimos para lá e ao chegar foram divididos em quatro grupos, falamos então que iríamos trabalhar uma gincana do dia da matemática, esclarecendo que o dia da matemática, aqui no Brasil, era no dia 06 de maio, mas por questão de disponibilidade de regência, estávamos a realizar no dia 26 de maio. Então foi apresentado a história de Malba Tahan. Depois disso, começamos com o primeiro desafio, o jogo dos quatro quatuos. Distribuimos as cartas contendo os quatro Algarismos quatuos e as operações de adição, subtração, multiplicação, divisão, juntamente com os parênteses. Explicamos como funcionava o jogo, como deveriam fazer e autorizamos o início.

Fomos auxiliando os alunos durante a atividade, após 15 minutos encerramos o desafio e corrigimos. Um grupo acertou 7 números, pontuando 7 pontos, os outros 3 grupos acertaram e pontuaram 3, 6 e 9 números/pontos. Em seguida, fomos para a próxima atividade. Distribuimos entre os grupos o quadrado mágico, explicamos a ideia e pedimos para que tentassem resolver. Como os grupos estavam com dificuldades, demos uma dica falando que dois quadrados teriam o mesmo valor, restava descobrir qual número e quais esses dois quadrados. Então eles foram conseguindo resolver e terminar. Todos conseguiram resolver e distribuimos os pontos da seguinte forma: 5 pontos para o grupo que entregou primeiro, 4 para o segundo e assim por diante.

Neste momento tocou o sinal do intervalo e com isso os alunos saíram do refeitório e nós organizamos nosso material para que os demais estudantes da escola pudessem lanchar. Ao

término do intervalo fomos avisados de que o espaço do refeitório necessitaria ser usado, e com isso nos dirigimos com os materiais para a sala de aula do 1º Ano B a fim de continuar a gincana.

Chegando à sala, explicamos o que havia acontecido e pedimos para que se dividissem em grupos novamente. Partimos para o terceiro desafio, distribuimos para cada grupo uma torre de Hanói e contamos a sua história. Feito isso, expusemos as regras e objetivo do jogo. Então permitimos que iniciassem a resolução e avisamos que teriam 10 minutos para isso. Acabamos deixando mais tempo do que o combinado, no final, todos os grupos haviam conseguido transferir a torre com os 6 discos de uma haste para outra. Com isso, todos os grupos pontuaram também 8 pontos.

Por fim, distribuimos o desafio do “gato, tartaruga e mesa” entre os grupos. Explicamos a ideia e autorizamos o começo da atividade. Explicamos novamente nas mesas pois alguns alunos apresentaram algumas dúvidas, mas no final os grupos conseguiram responder, a pontuação se deu da mesma forma da primeira turma. Como estava muito próximo do fim da aula, terminamos a gincana agradecendo a todos pelos momentos de aprendizagem e companheirismo que tivemos durante toda a nossa regência.

No período da tarde retornamos ao colégio, organizamos o material primeiramente no refeitório. Depois fomos para a sala dos professores conversar com a professora que iria ceder as turmas para a gincana. Havia um planejamento prévio, no entanto, a turma do 8º Ano C estava com duas aulas vagas nesse dia e por isso reorganizamos nossas aulas a pedido da escola. Além disso ao invés de quatro horas aulas, ministramos cinco horas aulas, pois a professora de matemática das turmas falou que os estudantes do 7º Ano B ficariam frustrados e excluídos ao ver as outras turmas dela indo para uma aula de jogos, e eles não. Por esse motivo, decidimos ficar na escola fazendo as atividades até o último horário.

Ao tocar o sinal da primeira aula às 13h15 fomos até a sala do 9º Ano C, estavam presentes 26 alunos. Levamos a turma até a sala vazia ao lado, pois o refeitório iria ser usado pela escola durante a tarde. Ao chegarmos lá, pedimos para que fossem se sentando em grupos, formando assim quatro grupos. Feito isso, apresentamos a história de Malba Tahan. Em seguida, começamos com o primeiro desafio da gincana, o quadrado mágico. Os alunos obtiveram um pouco de dificuldade no começo, por isso depois de um tempo comunicamos que havia dois quadradinhos que teriam o mesmo valor, então eles tinham que primeiro perceber quais seriam esses dois quadrados e depois qual seria o número que ocuparia esses locais. Com isso e nosso auxílio, três grupos conseguiram responder corretamente a atividade e um grupo desistiu. Feito isso, escrevemos a pontuação no quadro de cada grupo e a resposta desse desafio.

Partimos para a torre de Hanói, distribuindo uma em cada grupo. Contamos a história, explicamos as regras e o objetivo. Autorizamos o início do jogo. Ficamos auxiliando os grupos,

depois de aproximadamente 10 minutos todos os grupos já haviam terminado, inclusive alguns até tinham começado novamente. Escrevemos a pontuação no quadro e seguimos para o Tangram, distribuimos de 1 a 2 tabuleiros por grupo, e então explicamos qual era a ideia da atividade, depois disso entregamos para eles as imagens que teriam que tentar montar. Enquanto isso fomos acompanhando o decorrer da atividade.

Até o final da aula todos haviam conseguido montar pelo menos uma figura com o Tangram. E assim distribuimos pirulitos a turma, agradecemos a participação de todos e os dispensamos para que retornassem a respectiva sala de aula. Às 14:05 começou a segunda aula e com isso um professor estagiário se dirigiu a sala da turma 8º Ano C, conversou com os 25 alunos presentes, explicou sobre a gincana e então foram todos a sala onde estavam sendo realizadas as atividades.

Em seguida, organizamos e separamos a sala em grupos e então realizamos o mesmo processo feito no 9º Ano C, lendo a história do Malba Tahan, explicando sobre a torre de Hanói e auxiliando na resolução dela quando necessário. Terminado essa atividade, escrevemos a pontuação no quadro e seguimos para a aplicação do Tangram. Também seguimos o mesmo processo realizado no 9º Ano C. Ao final escrevemos a referida pontuação no quadro e explicamos aos alunos que na quarta aula eles retornariam para essa sala e continuaríamos com os jogos. Assim eles retornaram à sala deles e como já era 14h55 da tarde, ou seja, havia começado a terceira aula, o professor estagiário foi para a turma do 6º Ano C.

Havia 28 alunos, foi conversado com a turma, explicado que estávamos fazendo uma gincana da matemática e que poderiam se dividir em 5 grupos, de 5 até 6 integrantes por grupo. Feito isso, nos conduzimos a sala dos jogos. A turma era grande e bastante agitada, porém, demonstraram-se entusiasmados para realizar as atividades. A primeira atividade desenvolvida com essa turma foi a torre de Hanói. Como os alunos estavam muito agitados foi necessário acalmá-los antes de iniciar as apresentações. Com os alunos calmos, os estagiários se apresentaram e um deles contou a história sobre Malba Tahan. Os alunos se demonstravam muito interessados.

Após a história, foi distribuída a torre de Hanói com apenas cinco peças nos cinco grupos formados. Os alunos não tiveram muita dificuldade em compreender a atividade e dois grupos conseguiram resolver facilmente. Para os que conseguiram resolver rapidamente, foi inserida mais uma peça na torre e pedido para que os alunos repetissem a atividade agora com as seis peças. Durante toda a atividade os alunos conversavam bastante e comemoravam cada vez que conseguiam finalizar uma etapa.

Quando todos terminaram a atividade da torre, foram distribuídas as peças do Tangram e os desenhos para que eles montassem com as peças as figuras distribuídas. A figura que os

alunos menos apresentaram dificuldade foi o gato, enquanto o cisne, foi o desenho que eles mais gastaram tempo para resolver.

Terminada essa atividade, os estagiários distribuíram os pirulitos e enquanto terminávamos de distribuir, tocou o sinal sonoro informando que era o momento do intervalo, então finalizamos a entrega, agradecemos e dispensamos os alunos.

O intervalo começou às 15h45 e foi até as 15h55 da tarde. No entanto, devido a uma reunião na sala dos professores, ocorreu um atraso de 10 minutos aproximadamente para que os professores pudessem retornar as salas de aula. Próximo das 16h05 o professor estagiário se dirigiu novamente para a sala do 8º Ano C, como os alunos já tinham sido informados que retornariam à sala da gincana, rapidamente voltamos para a referida sala e os alunos já se sentaram na mesma organização em grupos da outra aula aplicada. Distribuímos o jogo o resto que avança, ou seja, o tabuleiro, dados e tampinhas de garrafas PETs. Para melhor aplicação dessa atividade, subdividimos os grupos em duplas e trios, explicamos a ideia e as regras e permitimos o início do jogo. Uma boa parte dos alunos possuíam grande dificuldade na realização das divisões, devido a isso, nosso auxílio aos grupos também contou com a revisão do algoritmo da divisão e de como encontrar o respectivo resto da conta.

Muitos alunos tentaram pegar o celular para realizar as divisões, porém, como a ideia era avançar conforme o resto da divisão, não foi possível utilizar a calculadora do celular. Mesmo com algumas resistências e reclamações por terem que realizar as divisões, os alunos se divertiram e se empolgaram com o jogo. Apenas alguns grupos terminaram a atividade, outros demoravam muito para realizar as contas e não conseguiram avançar muito. Ao final do tempo da aula, os estagiários distribuíram os pirulitos e agradeceram a participação de todos.

Às 16h45, um estagiário foi até à turma do 7º ano C e realizou o mesmo procedimento que fez com as demais turmas, ou seja, explicou sobre a gincana, dividiu-os em grupos e conduziu-os até a sala dos jogos. Chegando na sala, alguns alunos se mostraram curiosos sobre o que iria ser feito e começaram a vir na mesa dos estagiários para saber. Como estava tumultuando, os estagiários solicitaram que todos fossem se sentar em silêncio para que pudessemos começar as atividades. Com a turma acalmada, os estagiários começaram a contar a história de Malba Tahan e distribuíram a torre de Hanói com cinco peças.

A maioria dos grupos conseguiu resolver a atividade rapidamente, apenas um dos grupos não conseguiu concluir essa atividade por ficarem conversando o tempo todo sobre outros assuntos que não estavam relacionados sobre a aula. Para os demais grupos que conseguiram realizar a atividade, foi inserida mais uma peça na torre e pedido que eles resolvessem a atividade com as seis peças da torre de Hanói.

Após terminarem de resolver, foram distribuídas as peças do Tangram com os desenhos

que eles deveriam montar. Nessa atividade os alunos não tiveram dificuldade e conseguiram montar todas as figuras propostas.

Ao final da aula, às 17h30, os estagiários começaram a distribuir os pirulitos e agradecer a participação de todos. A professora de matemática pediu que todos os alunos auxiliassem na organização da sala colocando as carteiras novamente no lugar. Os alunos obedeceram e ajudaram a reorganizar a sala. Em seguida, a professora liberou-os para ir embora, pois já era 17h35.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BIOGRAFIA JULIO CESAR DE MELO E SOUZA. Malba Tahan. Disponível em: <https://www.malbatahan.com.br/biografias/malba-tahan-resumo/>. Acesso em: 28 fev. 2022.

BIOGRAFIA MALBA TAHAN. Malba Tahan. Disponível em: <https://www.malbatahan.com.br/biografias/malba-tahan-resumo/>. Acesso em: 28 fev. 2022.

BRASIL. Lei Federal nº12 835, de 26 de junho de 2013, que institui o Dia Nacional da Matemática. Casa Civil, subchefia para assuntos jurídicos. Brasília, DF, 26 de junho de 2013.

CHAVANTE, E.; PRESTES, D. **Quadrante Matemática 3**. São Paulo: Edições SM, 2016.

D'AMBROSIO, U. Por que se ensina Matemática? Disponível em: <http://apoiolondrina.pbworks.com/f/Por%2520que%2520ensinar%2520Matematica.pdf>
Acessado em: 20 jul. 2017.

MODERNA, E. **Conexões com a matemática**. 2. ed. São Paulo: Editora Moderna, 2013.

RACHA CUCA. Enigma Matemático. Disponível em: <https://rachacuca.com.br/blog/enigmas/enigma-matematico-2/>. Acesso em: 24 mar. 2022.

7. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A realização Estágio Supervisionado II nos proporcionou experienciar a prática da docência em sala de aula pela primeira vez. Em 2021 já havíamos realizado o Estágio Supervisionado I, porém devido à pandemia causada pelo coronavírus as aulas ocorreram de forma remota.

A experiência de estar na sala de aula é algo totalmente diferente de estar atrás de uma tela. Antes não tínhamos possibilidades de acompanhar o processo de ensino e aprendizagem de nossos alunos, algo que pudemos vivenciar nesta regência, ou seja, foi possível notar as reações de espanto, compreensão e dúvidas expressas pelos alunos ao passar os conteúdos, assim como também foi possível notar as dificuldades e facilidades a partir do comportamento de cada um deles. Com isso, o contato com os alunos, as participações, perceber que eles gostavam de nossas aulas é algo realmente gratificante para um professor.

Acreditamos que a metodologia de Resolução de Problemas, escolhida para nossas aulas, também proporcionou um ambiente de ensino e aprendizagem que proporcionou nos como futuros professores e os alunos a sair da zona de conforto das aulas tradicionais uma vez que ao se trabalhar com essa metodologia os alunos conseguiram entender e visualizar um contexto para os conteúdos matemáticos. Além disso, a resolução de problemas tornou o conteúdo mais compreensível, uma vez que os alunos compreendiam os passos que deviam tomar para resolver o que estava sendo proposto.

Porém, também encontramos alguns obstáculos durante as aulas. Em diversos momentos precisamos intervir e chamar a atenção dos alunos devido a conversas paralelas. Além disso, nem todos os alunos estavam interessados nas aulas e nas atividades, mesmo com nossa constante motivação para que participassem e interagissem, alguns alunos simplesmente ignoravam o que pedíamos. Contudo, observamos anteriormente à regência que isso já ocorria com a professora de matemática da turma, então já esperávamos comportamentos deste tipo.

Consideramos que tanto as partes positivas quanto os obstáculos, possuem importância fundamental em nossa formação como professores. Não estaríamos preparados para esta profissão sem a experiência do estágio supervisionado.

8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

DE CARVALHO, A. M. F. T. A (Trans) Formação pelo Estágio Supervisionado Obrigatório em um Curso de Licenciatura em Matemática. **Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática**, v. 15, n. 3, p. 630-646, 2013. Disponível em: <<https://revistas.pucsp.br/emp/article/view/17616>>. Acesso em: 19 jul. 2022.

PARANÁ. **Em 2021, Educação do Paraná se preparou para implementar o Novo Ensino Médio**. 2021. Disponível em: <https://www.aen.pr.gov.br/Noticia/Em-2021-Educacao-do-Parana-se-preparou-para-implementar-o-Novo-Ensino-Medio>. Acesso em: 16 mai. 2022.